



ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

**ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ**

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**Συμπύεση Πληροφορίας Πλαισίου με Ανάλυση Κύριων
Συνιστωσών**

Παναγιώτης Σ. Γεώργας

**Επιβλέποντες: Ευστάθιος Χατζηευθυμιάδης, Επίκουρος Καθηγητής
Χρήστος Αναγνωστόπουλος, Διδάκτωρ ΕΚΠΑ**

ΑΘΗΝΑ
Δεκέμβριος 2010

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Συμπύεση Πληροφορίας Πλαισίου με Ανάλυση Κύριων Συνιστωσών

Παναγιώτης Σ. Γεώργας

A.M.: M1040

ΕΠΙΒΛΕΠΟΝΤΕΣ: **Ευστάθιος Χατζηευθυμιάδης, Επίκουρος Καθηγητής**
Χρήστος Αναγνωστόπουλος, Διδάκτωρ ΕΚΠΑ

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ: **Δημήτριος Γουνόπουλος, Αναπληρωτής Καθηγητής**
Ευστάθιος Χατζηευθυμιάδης, Επίκουρος Καθηγητής

Δεκέμβριος 2010

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Τα συστήματα επίγνωσης πλαισίου (context aware systems) υιοθετούνται σε πολλούς τομείς της ανθρώπινης δραστηριότητας και χαρακτηρίζονται από αρκετά (ανοικτά) θέματα προς διερεύνηση. Ένα από τα θέματα αυτά είναι ο εξορθολογισμός της χρήσης των πόρων του συστήματος (δίκτυο, ενέργεια) χωρίς υπονόμηση της ποιότητας των παρεχόμενων υπηρεσιών (σφάλμα, ποιότητα πληροφορίας). Σε αυτήν την κατεύθυνση, έχουν προταθεί διάφορα σχήματα. Στη διπλωματική εργασία προτείνεται ένα νέο σχήμα συμπίεσης πληροφορίας πλαισίου με τη βοήθεια των μαθηματικών τεχνικών της Ανάλυσης Κύριων Συνιστωσών (Principal Component Analysis) και της προεκβολής Lagrange (Lagrange Extrapolation). Το σχήμα αυτό επιτυγχάνει υψηλή συμπίεση σε συσχετισμένα δεδομένα (μετρήσεις θερμοκρασίας και υγρασίας που έχουν ληφθεί σε ανοικτούς χώρους), χωρίς παράλληλα να παρατηρείται σημαντική αύξηση στο σφάλμα. Επίσης, το σχήμα αυτό συγκρίνεται με το δημοφιλές σχήμα TEEN, δίνοντας εντυπωσιακά αποτελέσματα.

ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ: Επίγνωση Πληροφορίας Πλαισίου

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ: συμπίεση, Ανάλυση Κύριων Συνιστωσών, προεκβολή Lagrange, ενεργειακό κέρδος, τετραγωνικό σφάλμα

ABSTRACT

Context aware systems are adopted at many areas of human activity and there are several issues for investigation. One of these issues is rationalizing the use of system resources (network, power), without undermining the quality of service (error, quality of information). In this direction various schemes have been proposed. This thesis proposes a new scheme which compresses context information. Compression is carried out using the mathematical technique of Principal Component Analysis and the mathematical technique of Lagrange Extrapolation. The scheme achieves high compression to correlated data (temperature and humidity measurements taken in open areas), without increasing the error significantly. Also, the scheme is compared with the popular TEEN system, giving sensational results.

SUBJECT AREA: Context Aware Information

KEYWORDS: compression, Principal Component Analysis, Lagrange Extrapolation, energy gain, squared error

Αφιερώνεται στην οικογένειά μου για την αμέριστη συμπαράστασή της

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Με την παράδοση της παρούσας διπλωματικής εργασίας θα ήθελα να ευχαριστήσω ειλικρινώς τον κ. Ευστάθιο Χατζηευθυμιάδη και τον κ. Χρήστο Αναγνωστόπουλο για τον χρόνο που αφιέρωσαν, και για τις πολύτιμες συμβουλές και υποδείξεις τους, οι οποίες ήταν απαραίτητες για την ολοκλήρωση της εργασίας.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω την οικογένειά μου για την αμέριστη συμπαράστασή της.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ.....	21
1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	23
1.1 Συστήματα με επίγνωση πλαισίου.....	23
1.2 Μείωση ενεργειακού κόστους σε συστήματα με επίγνωση πλαισίου.....	24
1.3 Σκοπός της διπλωματικής εργασίας.....	26
2 ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΥΡΙΩΝ ΣΥΝΙΣΤΩΣΩΝ.....	29
2.1 Θεωρητική ερμηνεία.....	29
2.2 Μαθηματική ερμηνεία.....	32
2.3 Αλγόριθμοι αριθμητικού υπολογισμού των κύριων συνιστωσών.....	37
2.3.1 Λύση της χαρακτηριστικής εξίσωσης.....	37
2.3.2 Εναλλακτικοί αλγόριθμοι.....	38
2.4 Εφαρμογή PCA στις προσομοιώσεις του προτεινόμενου συστήματος.....	38
3 ΠΡΟΕΚΒΟΛΗ LAGRANGE.....	41
3.1 Παρεμβολή.....	41
3.2 Παρεμβολή με πολυώνυμα Lagrange.....	43
3.3 Προεκβολή.....	44
3.4 Προεκβολή με πολυώνυμα Lagrange.....	45
4 ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ.....	47
4.1 Βασικές αρχές λειτουργίας.....	47
4.1.1 Εφαρμογή Ανάλυσης Κύριων Συνιστωσών.....	49
4.1.2 Εφαρμογή προεκβολής Lagrange.....	53
4.2 Σενάρια λειτουργίας.....	57
4.2.1 Σενάριο 1.....	57
4.2.1.1 1η περίπτωση: Ο Α πραγματοποιεί μόνο PCA.....	57
4.2.1.2 2η περίπτωση: Ο Α πραγματοποιεί PCA και Lagrange Extrapolation.....	58
4.2.1.3 Παραλλαγή Σεναρίου 1.....	61
4.2.2 Σενάριο 2.....	63
4.2.2.1 1η περίπτωση: Ο Α πραγματοποιεί μόνο PCA.....	63
4.2.2.2 2η περίπτωση: Ο Α πραγματοποιεί PCA και Lagrange Extrapolation.....	64
4.2.3 Σενάριο 3.....	66
4.2.3.1 1η περίπτωση: Ο Α πραγματοποιεί μόνο PCA.....	66
4.2.3.2 2η περίπτωση: Ο Α πραγματοποιεί PCA και Lagrange Extrapolation.....	67
4.2.3.3 Σφάλμα Σεναρίου 3.....	68
4.3 Ρύθμιση παραμέτρων συστήματος με σκοπό τη μείωση των εκπεμπόμενων τιμών.....	69
4.3.1 Παραλλαγή Σεναρίου 1.....	70
4.3.2 Σενάριο 1.....	79
4.3.3 Σενάριο 2.....	81

4.3.4	Σενάριο 3.....	83
4.3.5	Γενικές παρατηρήσεις.....	87
4.4	Μετρούμενες ποσότητες.....	88
4.4.1	Σφάλμα ανακατασκευής στον δέκτη.....	88
4.4.2	Ενεργειακό κέρδος.....	89
4.4.3	Μέτρο αποδοτικότητας συστήματος μ	95
4.5	Στόχος προτεινόμενου συστήματος.....	96
5	ΠΡΩΤΗ ΣΕΙΡΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΩΝ. ΜΕΛΕΤΗ ΕΠΙΔΡΑΣΗΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΣΤΟΝ ΜΕΣΟ ΑΡΙΘΜΟ ΕΚΠΕΜΠΟΜΕΝΩΝ PCs ΚΑΙ ΣΤΟ ΣΦΑΛΜΑ.....	99
5.1	Στόχος προσομοιώσεων.....	99
5.2	Δειγματικές μετρήσεις.....	100
5.3	Επίδραση παραμέτρων στον μέσο αριθμό εκπεμπόμενων PCs και στο μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα.....	105
5.3.1	Πείραμα 1.....	105
5.3.2	Πείραμα 2.....	113
5.3.3	Επίδραση της τιμής της παραμέτρου I_1 στο σφάλμα της προεκβολής Lagrange.....	120
6	ΔΕΥΤΕΡΗ ΣΕΙΡΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΩΝ. ΜΕΛΕΤΗ ΕΠΙΔΡΑΣΗΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΣΤΟ ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΟ ΚΕΡΔΟΣ ΚΑΙ ΣΤΟ ΣΦΑΛΜΑ.....	125
6.1	Στόχος προσομοιώσεων.....	125
6.2	Το σύστημα TEEN.....	126
6.3	Εκτέλεση προσομοιώσεων.....	127
6.4	Αποτελέσματα προσομοιώσεων – Παρατηρήσεις – Σχολιασμός.....	129
6.4.1	Σύστημα TEEN.....	129
6.4.2	Σενάριο 1 με PCA αλλά χωρίς Lagrange Extrapolation.....	129
6.4.3	Σενάριο 1 με PCA και με Lagrange Extrapolation.....	131
6.4.4	Σενάριο 2 με PCA αλλά χωρίς Lagrange Extrapolation.....	133
6.4.5	Σενάριο 2 με PCA και με Lagrange Extrapolation.....	135
6.4.6	Σύγκριση Σεναρίου 1 με Σενάριο 2.....	137
6.4.7	Σύγκριση Σεναρίου 2, με PCA και με Lagrange Extrapolation, με το σύστημα TEEN.....	138
7	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ – ΑΝΟΙΧΤΑ ΘΕΜΑΤΑ.....	141
7.1	Συμπεράσματα.....	141
7.2	Ανοιχτά θέματα.....	142
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι.....	145
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙ.....	147
	ΠΙΝΑΚΑΣ ΟΡΟΛΟΓΙΑΣ.....	203
	ΣΥΝΤΜΗΣΕΙΣ – ΑΡΚΤΙΚΟΛΕΞΑ.....	205
	ΑΝΑΦΟΡΕΣ.....	207

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

ΣΧΗΜΑ 1: Δείγμα διδιάστατων μετρήσεων.....	30
ΣΧΗΜΑ 2: Εφαρμογή PCA σε συσχετισμένο δείγμα.....	33
ΣΧΗΜΑ 3: Εφαρμογή PCA σε ασυσχέτιστο δείγμα.....	33
ΣΧΗΜΑ 4: Πολυωνυμική παρεμβολή.....	42
ΣΧΗΜΑ 5: Γραμμική παρεμβολή.....	43
ΣΧΗΜΑ 6: Παρεμβολή. Προσέγγιση σημείου που βρίσκεται ανάμεσα στα γνωστά σημεία.....	45
ΣΧΗΜΑ 7: Προεκβολή. Πρόβλεψη σημείου που έπεται των γνωστών σημείων.....	45
ΣΧΗΜΑ 8: Η μεγάλες αποκλίσεις όταν το πολυώνυμο προεκβολής Lagrange είναι μεγάλου βαθμού.....	46
ΣΧΗΜΑ 9: Η απλοποιημένη αρχιτεκτονική του συστήματος.....	47
ΣΧΗΜΑ 10: Το Σενάριο 1 όταν πραγματοποιεί μόνο PCA.....	58
ΣΧΗΜΑ 11: Η ολίσθηση των "ιστορικών" μετρήσεων για την πραγματοποίηση προεκβολής Lagrange στο σύστημα.....	60
ΣΧΗΜΑ 12: Περιπτώσεις ελάττωσης της εκπομπής τιμών λόγω πραγματοποίησης προεκβολής Lagrange στο σύστημα.....	62
ΣΧΗΜΑ 13: Οι συμπίεσεις του πομπού κατά την εφαρμογή του Σεναρίου 2 χωρίς προεκβολή Lagrange.....	64
ΣΧΗΜΑ 14: Οι συμπίεσεις του πομπού κατά την εφαρμογή του Σεναρίου 2 με προεκβολή Lagrange.....	65
ΣΧΗΜΑ 15: Οι συμπίεσεις του πομπού κατά την εφαρμογή του Σεναρίου 3 χωρίς προεκβολή Lagrange.....	67
ΣΧΗΜΑ 16: Το πλήθος των τιμών που εκπέμπονται κατά την εφαρμογή της παραλλαγής του Σεναρίου 1 χωρίς προεκβολή Lagrange.....	71
ΣΧΗΜΑ 17: Σταθεροποίηση του ποσοστού λ όταν αυξάνεται η παράμετρος I	74
ΣΧΗΜΑ 18: Μικρότερες τιμές του αριθμού των PCs q δίνουν μικρότερες οριακές τιμές για το ποσοστό λ	75
ΣΧΗΜΑ 19: Η περιοδικότητα των διανυσματικών δειγματικών μετρήσεων.....	102
ΣΧΗΜΑ 20: Οι δειγματικές μετρήσεις θερμοκρασίας των τριών αισθητήρων.....	102
ΣΧΗΜΑ 21: Οι δειγματικές μετρήσεις υγρασίας των τριών αισθητήρων.....	103
ΣΧΗΜΑ 22: Οι δειγματικές μετρήσεις ταχύτητας ανέμου.....	103
ΣΧΗΜΑ 23: Σύγκριση δειγματικών μετρήσεων θερμοκρασίας και υγρασίας ενός αισθητήρα.....	104

ΣΧΗΜΑ 24: Σύγκριση δειγματικών μετρήσεων θερμοκρασίας και ταχύτητας ανέμου δύο αισθητήρων.....	105
ΣΧΗΜΑ 25: Διαδικασία πειράματος 1 της πρώτης σειράς προσομοιώσεων.....	107
ΣΧΗΜΑ 26: Μέσος αριθμός PCs και μέσο σφάλμα πειράματος 1 της πρώτης σειράς προσομοιώσεων, για $p=0.9$	108
ΣΧΗΜΑ 27: Μέσος αριθμός PCs και μέσο σφάλμα πειράματος 1 της πρώτης σειράς προσομοιώσεων, για $p=0.99$	108
ΣΧΗΜΑ 28: Μέσος αριθμός PCs και μέσο σφάλμα πειράματος 1 της πρώτης σειράς προσομοιώσεων, για $p=0.999$	109
ΣΧΗΜΑ 29: Μέσος αριθμός PCs και μέσο σφάλμα πειράματος 1 της πρώτης σειράς προσομοιώσεων, για $p=0.999999$	109
ΣΧΗΜΑ 30: Μέσος αριθμός PCs και μέσο σφάλμα πειράματος 1 της πρώτης σειράς προσομοιώσεων, για $p=0.6$	110
ΣΧΗΜΑ 31: Μέσος αριθμός PCs και μέσο σφάλμα πειράματος 1 της πρώτης σειράς προσομοιώσεων, για $p=0.1$	110
ΣΧΗΜΑ 32: Η συμπίεση και το σφάλμα κάθε μίας δειγματικής μέτρησης κατά τη λειτουργία του Σεναρίου 2 χωρίς προεκβολή Lagrange, για $m=5$	115
ΣΧΗΜΑ 33: Η συμπίεση και το σφάλμα κάθε μίας δειγματικής μέτρησης κατά τη λειτουργία του Σεναρίου 2 χωρίς προεκβολή Lagrange, για $m=10$	115
ΣΧΗΜΑ 34: Η συμπίεση και το σφάλμα κάθε μίας δειγματικής μέτρησης κατά τη λειτουργία του Σεναρίου 2 χωρίς προεκβολή Lagrange, για $m=20$	115
ΣΧΗΜΑ 35: Η συμπίεση και το σφάλμα κάθε μίας δειγματικής μέτρησης κατά τη λειτουργία του Σεναρίου 2 χωρίς προεκβολή Lagrange, για $m=30$	115
ΣΧΗΜΑ 36: Η συμπίεση και το σφάλμα κάθε μίας δειγματικής μέτρησης κατά τη λειτουργία του Σεναρίου 2 χωρίς προεκβολή Lagrange, για $m=40$	116
ΣΧΗΜΑ 37: Η συμπίεση και το σφάλμα κάθε μίας δειγματικής μέτρησης κατά τη λειτουργία του Σεναρίου 2 χωρίς προεκβολή Lagrange, για $m=50$	116
ΣΧΗΜΑ 38: Η συμπίεση και το σφάλμα κάθε μίας δειγματικής μέτρησης κατά τη λειτουργία του Σεναρίου 2 χωρίς προεκβολή Lagrange, για $m=70$	116
ΣΧΗΜΑ 39: Η συμπίεση και το σφάλμα κάθε μίας δειγματικής μέτρησης κατά τη λειτουργία του Σεναρίου 2 χωρίς προεκβολή Lagrange, για $m=80$	116
ΣΧΗΜΑ 40: Η συμπίεση και το σφάλμα κάθε μίας δειγματικής μέτρησης κατά τη λειτουργία του Σεναρίου 2 χωρίς προεκβολή Lagrange, για $m=100$	117

ΣΧΗΜΑ 41: Παράδειγμα επίδρασης του πλήθους m των μετρήσεων από τις οποίες προκύπτει ο πίνακας συσχέτισης στο σφάλμα.....	120
ΣΧΗΜΑ 42: Οι μικρές τιμές για το l_1 έχουν ως αποτέλεσμα εκπομπή λιγότερων τιμών σε σχέση με μεγαλύτερες τιμές για το l_1	123
ΣΧΗΜΑ 43: Οι μεγάλες τιμές για το l_1 έχουν ως αποτέλεσμα εκπομπή περισσότερων τιμών σε σχέση με μικρότερες τιμές για το l_1	123
ΣΧΗΜΑ 44: Ενεργειακό κέρδος και μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα Σεναρίου 1 χωρίς προεκβολή Lagrange, για διάφορες τιμές m και l . Σύγκριση με το σύστημα TEEN.....	131
ΣΧΗΜΑ 45: Ενεργειακό κέρδος και μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα Σεναρίου 1 και με προεκβολή Lagrange, για διάφορες τιμές m και l . Σύγκριση με το σύστημα TEEN.....	132
ΣΧΗΜΑ 46: Σύγκριση Σεναρίου 1 όταν πραγματοποιεί και όταν δεν πραγματοποιεί προεκβολή Lagrange, ως προς το ενεργειακό κέρδος και το μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα.....	133
ΣΧΗΜΑ 47: Ενεργειακό κέρδος και μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα Σεναρίου 2 χωρίς προεκβολή Lagrange, για διάφορες τιμές m και l . Σύγκριση με το σύστημα TEEN.....	135
ΣΧΗΜΑ 48: Ενεργειακό κέρδος και μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα Σεναρίου 2 και με προεκβολή Lagrange, για διάφορες τιμές m και l . Σύγκριση με το σύστημα TEEN.....	136
ΣΧΗΜΑ 49: Σύγκριση Σεναρίου 2 όταν πραγματοποιεί και όταν δεν πραγματοποιεί προεκβολή Lagrange, ως προς το ενεργειακό κέρδος και το μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα.....	137
ΣΧΗΜΑ 50: Σύγκριση του Σεναρίου 2 που πραγματοποιεί και προεκβολή Lagrange με το σύστημα TEEN ως προς το μέτρο αποδοτικότητας u , για διάφορες τιμές των m και l	139
ΣΧΗΜΑ 51: Τιμές της παραμέτρου αποδοτικότητας u του Σεναρίου 2 όταν πραγματοποιεί και προεκβολή lagrange, για διάφορες τιμές των m και l	140

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

ΠΙΝΑΚΑΣ 1: Ενεργειακά κόστη που αντιστοιχούν σε διάφορες λειτουργίες ενός κόμβου του συστήματος	89
ΠΙΝΑΚΑΣ 2: Μέσος αριθμός εκπεμπόμενων PCs και μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα του Σεναρίου 2 χωρίς προεκβολή Lagrange, για διάφορες τιμές m και για $p=0.9$	114
ΠΙΝΑΚΑΣ 3: Πειραματική μελέτη της επίδρασης του μεγέθους της παραμέτρου I1 στο ποσοστό των φορών που το ποσοστιαίο σφάλμα της προεκβολής Lagrange είναι ≤ 0.2	121

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα διπλωματική εργασία πραγματοποιήθηκε κατά τη διάρκεια του χειμερινού εξαμήνου του ακαδημαϊκού έτους 2010 – 2011, στα πλαίσια της φοίτησής μου στην κατεύθυνση Προηγμένων Πληροφοριακών Συστημάτων του μεταπτυχιακού προγράμματος σπουδών του τμήματος Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών του ΕΚΠΑ.

Στα πρώτα κεφάλαια περιγράφονται τα μαθηματικά εργαλεία που χρησιμοποιήθηκαν, και στο τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζεται το σύστημα συμπίεσης πληροφορίας που προτείνεται. Εκτός από το απαραίτητο θεωρητικό υπόβαθρο, για την επιτυχή ολοκλήρωση της εργασίας ήταν απαραίτητη και η εκτέλεση ενός μεγάλου αριθμού προσομοιώσεων στον ηλεκτρονικό υπολογιστή. Τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων και τα ενδιαφέροντα συμπεράσματά τους παραθέτονται στα τελευταία τρία κεφάλαια της εργασίας.

Η πορεία εξέλιξης της εργασίας χαρακτήρηκε μέσω συχνών και συστηματικών συναντήσεων με τους επιβλέποντες, τον επίκουρο καθηγητή κύριο Ευστάθιο Χατζηευθυμιάδη και τον διδάκτορα ΕΚΠΑ κύριο Χρήστο Αναγνωστόπουλο. Με την ευκαιρία αυτή, θα ήθελα για μία ακόμα φορά να ευχαριστήσω τον κύριο Χατζηευθυμιάδη και τον κύριο Αναγνωστόπουλο για την υποστήριξη, τις καθοδηγήσεις τους και τον χρόνο που αφιέρωσαν στο να με βοηθήσουν να ασχοληθώ με ένα αντικείμενο για το οποίο είχα ιδιαίτερο προσωπικό ενδιαφέρον.

1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Συστήματα με επίγνωση πλαισίου

Τα συστήματα με επίγνωση πλαισίου (context aware systems) [1], [2] παρουσιάζουν μεγάλη εξέλιξη στις μέρες μας. Παράλληλα με την γενικότερη ανάπτυξη της τεχνολογίας σε διάφορους τομείς, τα συστήματα αυτά βρίσκουν όλο και περισσότερες εφαρμογές, σε διάφορες δραστηριότητες της ανθρώπινης ζωής, ακολουθώντας ένα μεγάλο εύρος ως προς τις τεχνικές και την φιλοσοφία της σχεδιάσής τους.

Ένα σύστημα με επίγνωση πλαισίου έχει την “ευφυΐα” να αντιλαμβάνεται τις συνθήκες που επικρατούν στο περιβάλλον του, και να προσαρμόζει τη δράση του ανάλογα με αυτές. Για παράδειγμα, ένα στέλεχος μίας εταιρείας θα μπορούσε να κατέχει ένα κινητό τηλέφωνο με δυνατότητες επίγνωσης πλαισίου. Ένα τέτοιο κινητό θα μπορούσε να αντιλαμβάνεται πότε ο κάτοχός του βρίσκεται σε συμβούλιο στην αίθουσα συνεδριάσεων, και μόλις αντιλαμβάνεται αυτό, να φροντίζει ώστε όλες οι εισερχόμενες κλήσεις να είναι αθόρυβες. Ένα άλλο παράδειγμα συστήματος επίγνωσης πλαισίου είναι ένα σύστημα αισθητήρων το οποίο αντιλαμβάνεται μία πυρκαγιά. Ένα τέτοιο σύστημα θα μπορούσε να αποτελείται από αισθητήρες θερμοκρασίας και υγρασίας, και μόλις οι μετρήσεις παρουσιάζουν μία επικίνδυνη αλλαγή, τότε αυτομάτως το σύστημα να ειδοποιεί για πυρκαγιά.

Τα συστήματα με επίγνωση πλαισίου ελέγχουν τις συνθήκες που επικρατούν στο περιβάλλον τους, και αναλόγως με τις συνθήκες, φροντίζουν να δώσουν κατάλληλες εξόδους. Η είσοδός τους είναι η “πληροφορία πλαισίου”.

Το πλαίσιο (context) [1] αφορά τα στοιχεία του περιβάλλοντος χρήστη τα οποία γνωρίζει το σύστημα. Πιο συγκεκριμένα, αφορά οποιαδήποτε πληροφορία που χρησιμοποιείται για να χαρακτηρίσει την κατάσταση οντοτήτων (πρόσωπο, μέρος ή αντικείμενο) που είναι σχετικές με την αλληλεπίδραση ανάμεσα στον χρήστη και στην εφαρμογή, συμπεριλαμβανομένων του χρήστη και της εφαρμογής. Επομένως, τα συστήματα με επίγνωση πλαισίου, με τις εισόδους τους αντιλαμβάνονται το πλαίσιο, και προσαρμόζουν την έξοδό τους ανάλογα με το πλαίσιο που έχουν αντιληφθεί.

Το πλαίσιο θα μπορούσε να διαχωρισθεί σε δύο κατηγορίες [1]. Η πρώτη κατηγορία, και πιο συνηθισμένη, αφορά το πλαίσιο που μπορεί να μετρηθεί με ειδικά συστήματα αισθητήρων, όπως θέσης, φωτός, ήχου, κίνησης, θερμοκρασίας, υγρασίας, ταχύτητας ανέμου. Δηλαδή οι πληροφορίες πλαισίου είναι άμεσα μετρήσιμες. Από την άλλη, κατά τη δεύτερη κατηγορία, το πλαίσιο καθορίζεται ως επί το πλείστον από τον χρήστη, ή

ανιχνεύεται παρακολουθώντας τις αλληλεπιδράσεις του χρήστη, δηλαδή τους στόχους, τα καθήκοντα, το πλαίσιο εργασίας, τις επιχειρηματικές διαδικασίες, και την ψυχολογικά κατάσταση του χρήστη.

Τρία σημαντικά θέματα που πρέπει να λαμβάνονται υπόψη κατά τη μελέτη των συστημάτων με επίγνωση πλαισίου είναι: πού βρίσκεται ο χρήστης, ποιες οντότητες είναι μαζί με τον χρήστη, και ποιες οντότητες βρίσκονται πολύ κοντά του [2]. Το πλαίσιο δεν λαμβάνει υπόψη του μόνο την θέση του χρήστη, γιατί δεν είναι μόνο η θέση του χρήστη κινητή και μεταβαλλόμενη. Επίσης, τα συστήματα με επίγνωση πλαισίου λαμβάνουν υπόψη τους και άλλους παράγοντες, όπως η συνδεσιμότητα του δικτύου, τα κόστη επικοινωνίας, το εύρος ζώνης επικοινωνίας ανάμεσα στους κόμβους του συστήματος. Επίσης, τα συστήματα με επίγνωση πλαισίου θα μπορούσαν να συνεκτιμήσουν ακόμα και παράγοντες όπως οι κοινωνικές συνθήκες που επικρατούν για τον χρήστη μία δεδομένη χρονική στιγμή. Για παράδειγμα, το σύστημα, με σκοπό να πάρει κάποια απόφαση για την έξοδό του, θα μπορούσε να αντιληφθεί αν ο χρήστης βρίσκεται μαζί με το αφεντικό του, ή μαζί με έναν συνάδελφο [2].

Στα συστήματα επίγνωσης πλαισίου εμφανίζονται κυρίως τρεις οντότητες [1]. Αυτές είναι οι τοποθεσίες, τα πρόσωπα και τα πράγματα. Επίσης, κάθε μία οντότητα μπορεί να περιγραφεί χρησιμοποιώντας μεταβλητές, οι οποίες με τη σειρά τους ταξινομούνται σε τέσσερις κατηγορίες. Η πρώτη κατηγορία μεταβλητών αφορά τις μεταβλητές ταυτότητας, και εκφράζει το ότι κάθε μία οντότητα στο σύστημα πρέπει να έχει τη δική της μοναδική ταυτότητα. Η δεύτερη κατηγορία αφορά τις μεταβλητές που δείχνουν την θέση μίας οντότητας στον χώρο. Η τρίτη κατηγορία αφορά την κατάσταση μίας οντότητας. Παραδείγματα τέτοιων μεταβλητών είναι η θερμοκρασία ή η υγρασία μίας αίθουσας. Η τέταρτη κατηγορία αφορά τις μεταβλητές που εκφράζουν τον χρόνο, όπως για παράδειγμα μεταβλητές που δίνουν τις χρονικές στιγμές που λαμβάνει χώρα ένα γεγονός.

1.2 Μείωση ενεργειακού κόστους σε συστήματα με επίγνωση πλαισίου

Πολλά συστήματα με επίγνωση πλαισίου αποτελούνται από ένα δίκτυο κόμβων, μέσω των οποίων μεταδίδεται πληροφορία. Παραδείγματα τέτοιων συστημάτων θα μπορούσε να είναι συστήματα που αποτελούνται από αισθητήρες που μετρούν την πληροφορία και την μεταδίδουν, κόμβους αναμετάδοσης της πληροφορίας, και κόμβους επεξεργασίας της πληροφορίας.

Σε τέτοια συστήματα, τα οποία είναι πολύ συνηθισμένα σε ένα μεγάλο εύρος εφαρμογών,

ένα σημαντικό θέμα που προκύπτει είναι η κατανάλωση ενέργειας. Οι εκπομπές, λήψεις και η επεξεργασία της πληροφορίας από τους κόμβους του συστήματος, θα μπορούσαν να προκαλέσουν μία μεγάλη και γρήγορη κατανάλωση της ενέργειας του συστήματος.

Όμως, η μεγάλη ή γρήγορη κατανάλωση ενέργειας είναι μία ανεπιθύμητη κατάσταση για τον σχεδιαστή ενός συστήματος, για πολλούς λόγους. Οι κυριότεροι λόγοι είναι οικονομικοί. Η συχνή αντικατάσταση μπαταριών στους κόμβους, και γενικότερα η συχνή συντήρηση του συστήματος μπορεί να έχει άμεση χρηματική επιβάρυνση για τους υπεύθυνους του συστήματος, αλλά και έμμεσα κόστη, όπως επιπρόσθετη απασχόληση προσωπικού. Όμως, υπάρχουν και άλλοι πρακτικότεροι λόγοι. Υπάρχουν περιπτώσεις όπου η συντήρηση του συστήματος και ο ενεργειακός ανεφοδιασμός είναι αδύνατοι ή πολύ δύσκολοι, κυρίως λόγω τοποθέτησης του δικτύου σε απρόσιτη περιοχή, ή για άλλους λόγους. Επίσης, σε ένα κρίσιμο σύστημα, όπως για παράδειγμα ένα σύστημα ανίχνευσης πυρκαγιάς, μία παράταση στο χρόνο ζωής του συστήματος, λόγω μικρότερης ενεργειακής κατανάλωσης, θα μπορούσε να είναι σωτήρια. Αυτό γιατί, μία πιθανή κατάρρευση του συστήματος λόγω μη ενεργειακής διαθεσιμότητας ενδεχομένως να απαιτούσε κάποιο απαραίτητο χρόνο μέχρι να διορθωθεί το σύστημα από τους τεχνικούς. Όμως, σε αυτό το χρονικό διάστημα μη λειτουργίας του συστήματος, θα ήταν δυνατό να εκδηλωθεί μία πυρκαγιά, η οποία να μην ανιχνευτεί, η οποία όμως θα ανιχνευόταν αν το σύστημα λειτουργούσε και δεν είχε καταρρεύσει σύντομα λόγω μεγάλης ενεργειακής κατανάλωσης. Επίσης, υπάρχουν και άλλοι λόγοι για τους οποίους θα ήταν επιθυμητή η μικρότερη ενεργειακή κατανάλωση, όπως περιβαλλοντικοί λόγοι, ή λόγοι εξοικονόμησης ενέργειας, ώστε να υπάρχει διαθέσιμη ενέργεια αν χρειαστεί για απρόβλεπτους λόγους.

Όμως, ένα σημαντικό αντίτιμο στην προσπάθεια για μείωση στην κατανάλωση ενέργειας είναι η ενδεχόμενη αύξηση του σφάλματος της πληροφορίας. Τα συστήματα που εξοικονομούν ενέργεια, αναγκάζονται να εκπέμπουν την πληροφορία είτε επιλεκτικά, είτε συμπιεσμένη, είτε να την προβλέπουν σε ορισμένες περιπτώσεις με μαθηματικούς τρόπους, και αυτό έχει ως συνέπεια να υπάρχει κάποια αλλοίωση στην πληροφορία που επεξεργάζεται το σύστημα. Το μεγάλο στοίχημα ενός σχεδιαστή συστήματος με επίγνωση πλαισίου είναι να επιτύχει όσο το δυνατό μεγαλύτερο ενεργειακό κέρδος, χωρίς παράλληλα όμως σημαντική αλλοίωση της πληροφορίας πλαισίου.

Με το θέμα αυτό έχουν ασχοληθεί πολλοί επιστήμονες. Ενδεικτικά αναφέρουμε τα [11], [12], [16].

1.3 Σκοπός της διπλωματικής εργασίας

Στόχος της διπλωματικής εργασίας είναι η μελέτη της επίτευξης ενεργειακού κέρδους σε συστήματα με επίγνωση πλαισίου, μέσω της συμπίεσης της πληροφορίας πλαισίου.

Η συμπίεση της πληροφορίας πλαισίου επιτυγχάνεται:

- χρησιμοποιώντας το μαθηματικό εργαλείο της Ανάλυσης Κύριων Συνιστωσών (Principal Component Analysis ή PCA), το οποίο ασχολείται με την μείωση των διαστάσεων μια διανυσματικής πληροφορίας. Η Ανάλυση Κύριων Συνιστωσών έχει την ιδιότητα να συμπιέζει την διανυσματική πληροφορία σε πολύ λίγες διαστάσεις, όταν οι μεταβλητές της διανυσματικής πληροφορίας είναι πολύ συσχετισμένες μεταξύ τους. Συνεπώς, θα προσπαθήσουμε να εκμεταλλευτούμε την ιδιότητα αυτή της Ανάλυσης Κύριων Συνιστωσών, με σκοπό να επιτευχθεί μεγάλη συμπίεση στην πληροφορία πλαισίου. Για να μπορέσουμε να εκμεταλλευτούμε την ιδιότητα αυτή, θα χρησιμοποιηθεί πληροφορία πλαισίου η οποία θα αποτελείται από διανύσματα με έντονα συσχετισμένες μεταβλητές.
- χρησιμοποιώντας, προαιρετικά, το μαθηματικό εργαλείο της προεκβολής Lagrange (Lagrange Extrapolation), το οποίο δίνει τη δυνατότητα να πραγματοποιείται πρόβλεψη και όχι αποστολή κάποιων τιμών, με αποτέλεσμα τη μείωση του ενεργειακού κόστους εκπομπής και λήψης.

Μία αξιόλογη συμπίεση της πληροφορίας πλαισίου μπορεί να επιφέρει ενεργειακό κέρδος, επειδή μειώνεται η ποσότητα των εκπομπών και των λήψεων, επιφέροντας ενεργειακή μείωση η οποία υπερκαλύπτει την αύξηση της κατανάλωσης ενέργειας λόγω των υπολογισμών και της επεξεργασίας που απαιτούν τα δύο αυτά μαθηματικά εργαλεία. Όμως, η συμπίεση της πληροφορίας πλαισίου, οφείλει να μην συνοδεύεται από σημαντική αλλοίωση της πληροφορίας, την οποία προκαλεί η απώλεια πληροφορίας λόγω συμπίεσης.

Βασιζόμενοι στις τεχνικές αυτές, προτείνεται ένα συγκεκριμένο σύστημα συμπίεσης πληροφορίας και προτείνονται διαφορετικές προσεγγίσεις λειτουργίας του. Το σύστημα αυτό προτείνεται να εφαρμόζεται όταν η πληροφορία πλαισίου είναι διανυσματική, και αποτελείται από μεταβλητές οι οποίες είναι συσχετισμένες μεταξύ τους σε μεγάλο βαθμό, επειδή μόνο τότε είναι δυνατό να εκμεταλλευτούμε τις μεγάλες δυνατότητες συμπίεσης της Ανάλυσης Κύριων Συνιστωσών. Για παράδειγμα, οι προσομοιώσεις του συστήματος βασίστηκαν σε διανυσματικές μετρήσεις θερμοκρασίας, υγρασίας και ταχύτητας ανέμου, από τις οποίες, τουλάχιστον οι μεταβλητές θερμοκρασίας και υγρασίας είναι έντονα συσχετισμένες μεταξύ τους.

Κατά τη διάρκεια της μελέτης, με κατάλληλες προσομοιώσεις, θα επιχειρηθεί να

διαπιστωθεί, αν, και κάτω υπό ποιες συνθήκες, το προτεινόμενο σύστημα μπορεί να προκαλέσει μεγάλο ενεργειακό κέρδος λόγω συμπύεσης, χωρίς ταυτόχρονα σημαντική αύξηση στο σφάλμα της πληροφορίας. Επίσης, το προτεινόμενο σύστημα θα συγκριθεί με το σύστημα TEEN [16], και θα διατυπωθούν ενδιαφέροντα συμπεράσματα.

2 ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΥΡΙΩΝ ΣΥΝΙΣΤΩΣΩΝ

2.1 Θεωρητική ερμηνεία

Η Ανάλυση Κύριων Συνιστωσών (Principal Component Analysis ή PCA) είναι μία μαθηματική μέθοδος η οποία έχει ως στόχο την “συμπύεση” διανυσμάτων σε μικρότερο αριθμό διαστάσεων [3], [4]. Για να το πετύχει αυτό, εκμεταλλεύεται τις συσχετίσεις ανάμεσα στις μεταβλητές των διανυσμάτων που πρόκειται να συμπιεστούν. Όσο περισσότερο συσχετισμένες μεταξύ τους είναι οι μεταβλητές των αρχικών διανυσμάτων, τόσο μεγαλύτερη συμπύεση επιτυγχάνεται.

Έστω ότι τα αρχικά διανύσματα είναι n διαστάσεων και έχουν μορφή: (x_1, \dots, x_n) . Η Ανάλυση Κύριων Συνιστωσών μεταφέρει τα διανύσματα αυτά σε έναν άλλον χώρο, ο οποίος έχει και αυτός n διαστάσεις και είναι ο χώρος των κύριων συνιστωσών (Principal Components ή PCs). Η Ανάλυση Κύριων Συνιστωσών μετατρέπει τα αρχικά διανύσματα στη μορφή: (PC_1, \dots, PC_n) . Έτσι, τα νέα διανύσματα έχουν n κύριες συνιστώσες (PCs).

Οι κύριες συνιστώσες είναι ασυσχέτιστες μεταξύ τους, και είναι υπολογισμένες με τέτοιο τρόπο, ώστε το μεγαλύτερο ποσοστό της μεταβλητότητας του δείγματος των διανυσμάτων να αντιπροσωπεύεται από όσο το δυνατό λιγότερους PCs [3]. Πιο συγκεκριμένα, οι κύριες συνιστώσες συνηθίζεται να διατάσσονται με της εξής φθίνουσα σειρά. Η πρώτη κύρια συνιστώσα (PC_1) είναι η κύρια συνιστώσα που εκφράζει το μεγαλύτερο ποσοστό της μεταβλητότητας του δείγματος. Η δεύτερη κύρια συνιστώσα (PC_2) είναι η κύρια συνιστώσα που εκφράζει το δεύτερο μεγαλύτερο ποσοστό της μεταβλητότητας του δείγματος. Και με ανάλογο τρόπο, η n -στή κύρια συνιστώσα (PC_n) είναι η κύρια συνιστώσα η οποία εκφράζει το ελάχιστο ποσοστό της μεταβλητότητας του δείγματος. Όλοι μαζί οι PCs συνολικά εκφράζουν το 100% της μεταβλητότητας του δείγματος.

Ο λόγος για τον οποίον οι κύριες συνιστώσες κατασκευάζονται με τη λογική αυτή της φθίνουσας σειράς, είναι ότι αν ένας μικρός μόνο αριθμός q ($q < n$) από PCs αρκεί για να καλυφθεί ένα μεγάλο ποσοστό της μεταβλητότητας του δείγματος, τότε τα διανύσματα μπορούν να συμπιεστούν από n σε q συνιστώσες, με μικρό σφάλμα.

Επίσης, η κάθε μία κύρια συνιστώσα ορίζεται να είναι ένας γραμμικός συνδυασμός των μεταβλητών (x_1, \dots, x_n) των αρχικών διανυσμάτων. Δηλαδή, η i -στή κύρια συνιστώσα PC_i έχει τη μορφή:

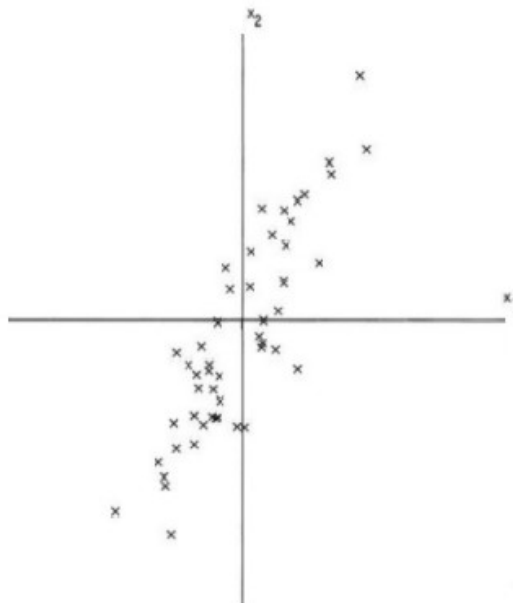
$$PC_i = \alpha_1 \cdot x_1 + \dots + \alpha_n \cdot x_n .$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Ο παραπάνω θεωρητικός ορισμός της Ανάλυσης Κύριων Συνιστωσών μπορεί να γίνει περισσότερο κατανοητός, παραθέτοντας το παρακάτω απλοποιημένο παράδειγμα.

Έστω ότι υπάρχει ένα δείγμα από ένα πλήθος διανυσματικών μετρήσεων των 2 διαστάσεων. Το δείγμα αυτό απεικονίζεται στο ΣΧΗΜΑ 1. Δηλαδή, οι διανυσματικές μετρήσεις του δείγματος είναι της μορφής: (x_1, x_2) , με $n=2$. Εφαρμόζοντας Ανάλυση Κύριων Συνιστωσών, οι διανυσματικές μετρήσεις μετατρέπονται σε διανύσματα από κύριες συνιστώσες, και έχουν την μορφή: (PC_1, PC_2) .

Ο βασικός στόχος της PCA διαδικασίας είναι να μπορούν τα διανύσματα να συμπιέζονται από 2 σε 1 διάσταση, χωρίς σημαντική αύξηση του σφάλματος. Με το παράδειγμα αυτό θα προσπαθήσουμε να δισθανθούμε κάτω υπό ποιες συνθήκες μπορεί να επιτευχθεί αυτό, αλλά και τι σημαίνει το σφάλμα.



ΣΧΗΜΑ 1: Δείγμα διδιάστατων μετρήσεων

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, κάθε μία κύρια συνιστώσα είναι ένας γραμμικός συνδυασμός των πραγματικών μεταβλητών. Έτσι, μπορούμε να πούμε ότι, για κάθε μία μετασχηματισμένη σε PCs μέτρηση του δείγματος, ισχύει: $(PC_1, PC_2) = (\alpha_1 \cdot x_1 + \alpha_2 \cdot x_2, \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2)$. Ο κάθε ένας PC εκφράζει έναν άξονα στο σχήμα της γραφικής παράστασης του δείγματος. Και επειδή οι PCs είναι ανεξάρτητοι και ορθογώνιοι [3] μεταξύ τους, οι δύο αυτοί άξονες θα είναι κάθετοι μεταξύ τους.

Επίσης, όπως αναφέραμε προηγουμένως, ο PC_1 θα πρέπει να εκφράζει το μεγαλύτερο δυνατό ποσοστό της μεταβλητότητας του δείγματος. Αυτό σημαίνει ότι ο άξονας του PC_1 θα πρέπει να είναι τοποθετημένος στο σχήμα με τέτοιο τρόπο ώστε να εκφράζει το μεγαλύτερο δυνατό ποσοστό της μεταβλητότητας του δείγματος.

Στο ΣΧΗΜΑ 2, ο άξονας του PC_1 είναι η ευθεία κατά μήκος της οποίας οι μετρήσεις του δείγματος παρουσιάζουν τη μεγαλύτερη μεταβλητότητα.

Στο ίδιο σχήμα, ο άξονας του PC_2 είναι κάθετος στο PC_1 , και κατά μήκος του η μεταβλητότητα των μετρήσεων είναι σαφώς μικρότερη.

Αν χρησιμοποιήσουμε μόνο τον PC_1 , και αγνοήσουμε τον PC_2 , τότε οι διανυσματικές μετρήσεις συμπιέζονται από μία σε δύο διαστάσεις. Στην περίπτωση του παραδείγματός μας, αν λάβουμε υπόψη μόνο τον άξονα του PC_1 , τότε όλες οι μετρήσεις, όταν “αποσυμπιεστούν”, θα βρίσκονται πάνω στον άξονα του PC_1 . Τότε, το σφάλμα οφείλεται στην απώλεια πληροφορίας και εκφράζεται από την απόσταση των πραγματικών μετρήσεων από τον άξονα του PC_1 , όπου βρίσκονται οι αποσυμπιεσμένες μετρήσεις. Επομένως, όσο μικρότερη είναι η μεταβλητότητα κατά μήκος του άξονα PC_2 που αγνοήθηκε, τόσο μικρότερο είναι και το σφάλμα λόγω απώλειας πληροφορίας. Στο παράδειγμά μας, οι μεταβλητές x_1 και x_2 είναι έντονα συσχετισμένες μεταξύ τους, λόγω του ότι τείνουν να έχουν μία σταθερή αναλογία. Η συσχέτιση αυτή των μεταβλητών έχει ως συνέπεια ο άξονας PC_1 να εκφράζει την σταθερή αναλογία που τείνουν να έχουν οι x_1 και x_2 , τόσο, ώστε ο PC_1 να εκφράζει πολύ μεγάλο ποσοστό της μεταβλητότητας των μετρήσεων, και ο PC_2 πολύ μικρό ποσοστό.

Αν οι μετρήσεις δεν ήταν αρκετά συσχετισμένες, όπως στο ΣΧΗΜΑ 3, τότε η μεταβλητότητά τους κατά μήκος του άξονα PC_2 θα ήταν μεγάλη, και ως αποτέλεσμα, αν αγνοείτο ο PC_2 , οι αποστάσεις των μετρήσεων από τον άξονα PC_1 θα ήταν μεγάλες, και άρα το σφάλμα θα ήταν μεγάλο. Συνεπώς, σε αυτή την περίπτωση θα έπρεπε να ληφθούν υπόψη και ο PC_1 και ο PC_2 , και έτσι δεν θα γινόταν συμπύεση.

Από τα παραπάνω προκύπτει ένα πολύ ενδιαφέρον συμπέρασμα. Όταν οι μεταβλητές ενός δείγματος είναι συσχετισμένες μεταξύ τους, τότε αρκούν λιγότεροι PCs για να εκφράσουν ένα πολύ μεγάλο ποσοστό της μεταβλητότητας του δείγματος, και συνεπώς το δείγμα υφίσταται μεγαλύτερη συμπύεση. Αντιθέτως, αν οι μετρήσεις ενός δείγματος είναι αρκετά ασυσχέτιστες μεταξύ τους, τότε απαιτούνται πολλοί, αν όχι όλοι, PCs για να εκφράσουν ένα σημαντικό ποσοστό της μεταβλητότητας του δείγματος, και τότε η συμπύεση είναι πολύ μικρή.

2.2 Μαθηματική ερμηνεία

Μέχρι στιγμής επιχειρήθηκε μία διαισθητική ερμηνεία της Ανάλυσης Κύριων Συνιστωσών. Προκύπτουν όμως πολλά ερωτήματα. Ένα βασικό ερώτημα αφορά το πώς υπολογίζονται οι κύριες συνιστώσες με μαθηματικό τρόπο, αλλά και το πώς ερμηνεύεται η Ανάλυση Κύριων Συνιστωσών από τα μαθηματικά. Στη συνέχεια θα προσπαθήσουμε να περιγράψουμε τα βήματα που οδηγούν στον μαθηματικό υπολογισμό των κύριων συνιστωσών [3]. Η ανάλυση θα γίνει με όσο το δυνατό πιο απλοϊκό τρόπο, αποφεύγοντας λεπτομέρειες που μπορεί να δυσκολέψουν αντί να διευκολύνουν την κατανόηση της μεθόδου.

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, κάθε μία κύρια συνιστώσα (PC) είναι ένας γραμμικός συνδυασμός των αρχικών n μεταβλητών. Επίσης, όλοι οι PCs είναι ασυσχέτιστοι μεταξύ τους.

Η PC_1 έχει τη μορφή:

$$PC1 = \alpha_1'x = \alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_2 + \dots + \alpha_{1n}x_n,$$

και θέλουμε να εκφράζει μέγιστη δυνατή μεταβλητότητα.

Η PC_2 έχει τη μορφή:

$$PC2 = \alpha_2'x = \alpha_{21}x_1 + \alpha_{22}x_2 + \dots + \alpha_{2n}x_n,$$

και θέλουμε να είναι ασυσχέτιστη με την PC_1 , εκφράζοντας παράλληλα μέγιστη δυνατή μεταβλητότητα, και το δεύτερο μεγαλύτερο ποσοστό της συνολικής μεταβλητότητας του δείγματος.

Η i -στή κύρια συνιστώσα PC_i έχει τη μορφή:

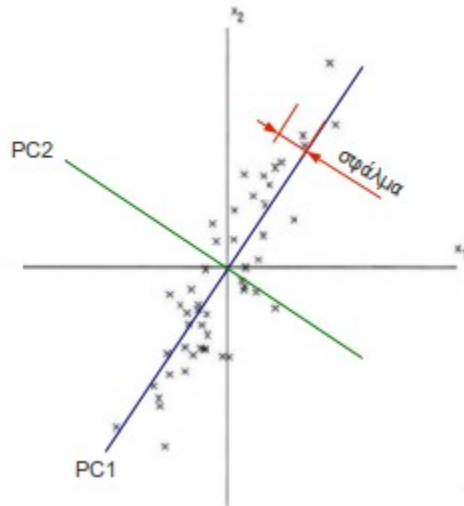
$$PCi = \alpha_i'x = \alpha_{i1}x_1 + \alpha_{i2}x_2 + \dots + \alpha_{in}x_n, \quad (2.1)$$

και θέλουμε να είναι ασυσχέτιστη με τις $PC_1, PC_2, \dots, PC_{i-1}$, εκφράζοντας παράλληλα μέγιστη δυνατή μεταβλητότητα, και το i -στό μεγαλύτερο ποσοστό της συνολικής μεταβλητότητας του δείγματος.

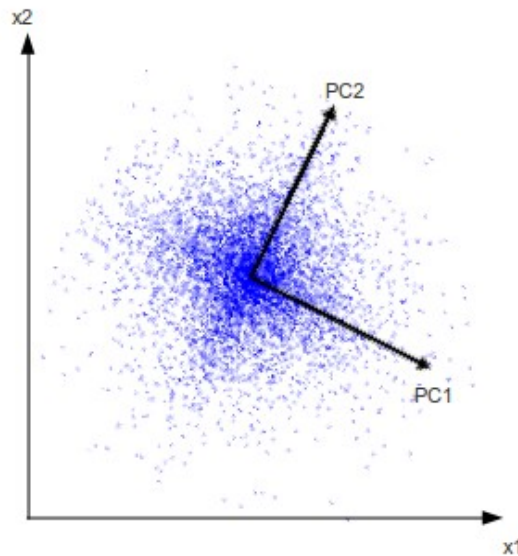
Με παρόμοια λογική, η n -στή κύρια συνιστώσα PC_n έχει τη μορφή:

$$PCn = \alpha_n'x = \alpha_{n1}x_1 + \alpha_{n2}x_2 + \dots + \alpha_{nn}x_n,$$

και θέλουμε να είναι ασυσχέτιστη με τις $PC_1, PC_2, \dots, PC_{n-1}$, εκφράζοντας παράλληλα μέγιστη δυνατή μεταβλητότητα, και το ελάχιστο ποσοστό της συνολικής μεταβλητότητας του δείγματος.



ΣΧΗΜΑ 2: Εφαρμογή PCA σε συσχετισμένο δείγμα



ΣΧΗΜΑ 3: Εφαρμογή PCA σε ασυσχέτιστο δείγμα

Έστω ότι το δείγμα αποτελείται από διανυσματικές μετρήσεις της μορφής (x_1, \dots, x_n) . Όλες μαζί οι διανυσματικές μετρήσεις του δείγματος συνιστούν έναν πίνακα \mathbf{X} .

Αν υποθέσουμε ότι το δείγμα αποτελείται από r διανυσματικές μετρήσεις μορφής (x_1, \dots, x_n) , τότε ο \mathbf{X} μπορούμε να πούμε ότι έχει τη μορφή:

$$\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1 \ \mathbf{X}_2 \ \dots \ \mathbf{X}_r],$$

όπου X_i , με $i=1, \dots, n$, ένα διάνυσμα r τιμών, που αποτελείται από τις r τιμές που έχει πάρει η i -στή μεταβλητή στο δείγμα.

Όπως γίνεται αντιληπτό από το προηγούμενο παράδειγμα, το αν η PCA διαδικασία καταφέρει να προκαλέσει μεγάλες ή μικρές συμπιέσεις εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από το αν οι μεταβλητές του δείγματος είναι πολύ ή λίγο συσχετισμένες μεταξύ τους. Από την παρατήρηση αυτή, φαίνεται ότι είναι λογικό να χρησιμοποιήσουμε ένα μέτρο το οποίο θα “μετρά” το πόσο συσχετισμένες είναι οι μεταβλητές του δείγματος μεταξύ τους. Το μέτρο αυτό είναι ο πίνακας συνδιακύμανσης (covariance matrix), ή ο δειγματικός πίνακας συνδιακύμανσης (sample covariance matrix) [3], [8]. Ο πίνακας συνδιακύμανσης προκύπτει από τις μετρήσεις του πίνακα X , και οι τιμές αποτελούν μέτρα του πόσο πολύ μία μεταβλητή μεταβάλλεται μαζί με μία άλλη μεταβλητή. Δηλαδή, ο πίνακας συνδιακύμανσης, για κάθε μία μεταβλητή x_i , με $i=1, \dots, n$, δίνει n τιμές που εκφράζουν τη συνδιακύμανση της μεταβλητής x_i με κάθε μία από τις n μεταβλητές. Η συνδιακύμανση ανάμεσα στις μεταβλητές x_i και x_j του δείγματος ορίζεται ως [8]:

$$\sigma_{ij}^2 = \frac{1}{r-1} (X_i - \bar{X}_i)(X_j - \bar{X}_j) \quad , \quad (2.2)$$

λαμβάνει υπόψη τις r δειγματικές τιμές της i -στής και της j -στής μεταβλητής, και “μετρά” το βαθμό στον οποίον οι μεταβλητές x_i και x_j μεταβάλλονται μαζί. Τα διανύσματα \bar{X}_i επαναλαμβάνουν τη μέση τιμή των δειγματικών τιμών της i -στής μεταβλητής r φορές.

Η συνδιακύμανση εκφράζει τη συσχέτιση ανάμεσα σε δύο μεταβλητές. Στην ακραία περίπτωση, αν δύο μεταβλητές είναι πλήρως ασυσχέτιστες μεταξύ τους, τότε η συνδιακύμανσή τους είναι μηδενική. Ο πίνακας συνδιακύμανσης που θα χρησιμοποιήσουμε, περιλαμβάνει τις συνδιακυμάνσεις ανάμεσα σε όλους τους συνδυασμούς των μεταβλητών, και θα τον συμβολίσουμε με Σ .

Όπως έχουμε πει, η πρώτη κύρια συνιστώσα (PC_1) είναι ένας γραμμικός συνδυασμός $PC1 = \alpha_1'x = \alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_2 + \dots + \alpha_{1n}x_n$ και θέλουμε να εκφράζει τη μέγιστη δυνατή μεταβλητότητα του δείγματος. Η μεταβλητότητα του PC_1 γράφεται ως [3]:

$$\text{var} [\alpha_1' \cdot x] = \alpha_1' \cdot \Sigma \cdot \alpha_1 \quad . \quad (2.3)$$

Η ζητούμενη μέγιστη μεταβλητότητα για την PC_1 προκύπτει από τον υπολογισμό του μέγιστου:

$$\max(\text{var}[\mathbf{\alpha}_1' \cdot \mathbf{x}]) = \max(\mathbf{\alpha}_1' \cdot \mathbf{\Sigma} \cdot \mathbf{\alpha}_1).$$

Για μαθηματικούς λόγους [3], για να μπορέσει να υπολογιστεί το ζητούμενο μέγιστο, το διάνυσμα $\mathbf{\alpha}_1$ κανονικοποιείται και ισχύει:

$$\mathbf{\alpha}_1' \cdot \mathbf{\alpha}_1 = 1.$$

Ο σκοπός της κανονικοποίησης είναι ότι μόνο τότε θα επιτευχθεί πεπερασμένο μέγιστο μεταβλητότητας.

Από τη μαθηματική ανάλυση, και συγκεκριμένα από τη θεωρία των δεσμευμένων ακρότατων (ή ακρότατων υπό συνθήκη) [9], γνωρίζουμε ότι αν έχουμε μία συνάρτηση $f(x, y)$ με ακρότατο στο σημείο (x_0, y_0) υπό τη δέσμευση $g(x, y) = 0$, τότε ισχύει:

$$\nabla f(x_0, y_0) = \lambda \nabla g(x_0, y_0), \quad (2.4)$$

όπου λ ο πολλαπλασιαστής Lagrange. Η σχέση αυτή γενικεύεται και για περισσότερες διαστάσεις.

Η παραπάνω σχέση μπορεί να εφαρμοστεί για τον υπολογισμό του μέγιστου της μεταβλητότητας του PC_1 . Αυτό γίνεται, αν θεωρήσουμε ότι η εύρεση του μέγιστου της συνάρτησης $\text{var}[\mathbf{\alpha}_1' \cdot \mathbf{x}] = \mathbf{\alpha}_1' \cdot \mathbf{\Sigma} \cdot \mathbf{\alpha}_1$ είναι στην πράξη υπολογισμός ακρότατου υπό τη δέσμευση:

$$\mathbf{\alpha}_1' \cdot \mathbf{\alpha}_1 = 1 \Rightarrow \mathbf{\alpha}_1' \cdot \mathbf{\alpha}_1 - 1 = 0.$$

Τότε, ο υπολογισμός του μέγιστου της μεταβλητότητας του PC_1 γίνεται ως εξής:

$$\nabla(\mathbf{\alpha}_1' \cdot \mathbf{\Sigma} \cdot \mathbf{\alpha}_1) = \lambda \nabla(\mathbf{\alpha}_1' \cdot \mathbf{\alpha}_1 - 1) \Rightarrow$$

$$\nabla(\mathbf{\alpha}_1' \cdot \mathbf{\Sigma} \cdot \mathbf{\alpha}_1) - \lambda \nabla(\mathbf{\alpha}_1' \cdot \mathbf{\alpha}_1 - 1) = 0,$$

όπου λ ένας πολλαπλασιαστής Lagrange.

Παραγωγίζοντας ως προς $\mathbf{\alpha}_1$ προκύπτει:

$$\mathbf{\Sigma} \cdot \mathbf{\alpha}_1 - \lambda \cdot \mathbf{\alpha}_1 = 0 \Rightarrow$$

$$\mathbf{\Sigma} \cdot \mathbf{\alpha}_1 = \lambda \cdot \mathbf{\alpha}_1 \quad (2.5)$$

Από τα μαθηματικά [10] γνωρίζουμε ότι ένας αριθμός λ λέγεται ιδιοτιμή ενός $n \times n$ πίνακα \mathbf{T} αν υπάρχει $n \times 1$ διάνυσμα \mathbf{x} ($\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$) τέτοιο ώστε:

$$\mathbf{T} \cdot \mathbf{x} = \lambda \cdot \mathbf{x}.$$

Το διάνυσμα \mathbf{x} λέγεται ιδιοδιάνυσμα του \mathbf{T} αντίστοιχο της ιδιοτιμής λ . Ο $n \times n$ πίνακας \mathbf{T} έχει συνολικά n ιδιοτιμές λ_i και n αντίστοιχα ιδιοδιανύσματα \mathbf{a}_i , $i = 1, \dots, n$.

Συγκρίνοντας με τη δική μας περίπτωση, παρατηρούμε ότι η σχέση:

$$\mathbf{\Sigma} \cdot \mathbf{\alpha}_1 = \lambda \cdot \mathbf{\alpha}_1$$

σημαίνει ότι ο πολλαπλασιαστής Lagrange λ είναι μία ιδιοτιμή του πίνακα συνδιακύμανσης Σ , και το διάνυσμα α_1 είναι το αντίστοιχο ιδιοδιάνυσμα.

Συνεπώς, παρατηρούμε ότι γνωρίζοντας την κατάλληλη ιδιοτιμή λ του πίνακα συνδιακύμανσης Σ μπορούμε να υπολογίσουμε το ιδιοδιάνυσμα α_1 , και γνωρίζοντας το ιδιοδιάνυσμα α_1 έχουμε υπολογίσει την 1η κύρια συνιστώσα:

$$PC_1 = \alpha_1' x = \alpha_{11} x_1 + \alpha_{12} x_2 + \dots + \alpha_{1n} x_n .$$

Επομένως, προκύπτει [3], [7] το εξής γενικευμένο συμπέρασμα. Για να υπολογιστούν και οι n PCs, η διαδικασία είναι η εξής. Βρίσκονται οι n ιδιοτιμές λ_i του πίνακα συνδιακύμανσης Σ , μετά βρίσκονται τα αντίστοιχα ιδιοδιανύσματα α_i , $i = 1, \dots, n$, και με τα ιδιοδιανύσματα αυτά υπολογίζονται οι PCs:

$$PC_i = \alpha_i' x = \alpha_{i1} x_1 + \alpha_{i2} x_2 + \dots + \alpha_{in} x_n , \quad i = 1, \dots, n.$$

Όμως προκύπτει ένα ερώτημα το οποίο δεν έχει απαντηθεί. Όπως ήδη έχουμε πει, οι PCs ταξινομούνται σε σειρά φθίνουσα ως προς το το ποσοστό της μεταβλητότητας του δείγματος που καλύπτουν. Όπως είδαμε, κάθε μία PC_i αντιστοιχεί σε ένα ιδιοδιάνυσμα α_i . Όμως, το κάθε ένα ιδιοδιάνυσμα α_i σε ποια από τις n ιδιοτιμές του πίνακα Σ αντιστοιχεί; Όταν βρεθούν οι n ιδιοτιμές λ_i του πίνακα Σ , δεν έχει γίνει σαφές το ποια ιδιοτιμή θα αντιστοιχιστεί σε κάθε μία PC.

Στη συνέχεια, θα επιχειρηθεί να εξηγηθεί το ποια από τις n ιδιοτιμές του πίνακα Σ θα χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό του PC_1 . Για να διερευνήσουμε αυτό, θα αναζητήσουμε την ιδιοτιμή η οποία δίνει το ιδιοδιάνυσμα α_1 για το οποίο η μεταβλητότητα του $PC_1 = \alpha_1' x$ μεγιστοποιείται. Αυτό, γιατί η μεταβλητότητα του δείγματος που καλύπτει ο PC_1 θέλουμε να είναι η μέγιστη δυνατή.

Η μεταβλητότητα του PC_1 γράφεται ως εξής:

$$\text{var} [\alpha_1' x] = \alpha_1' \cdot \Sigma \cdot \alpha_1 = \alpha_1' \cdot \lambda \cdot \alpha_1 = \lambda \cdot \alpha_1' \cdot \alpha_1 = \lambda , \quad (2.6)$$

αφού ισχύουν: $\Sigma \cdot \alpha_1 = \lambda \cdot \alpha_1$ και $\alpha_1' \cdot \alpha_1 = 1$.

Συνεπώς, παρατηρούμε ότι η μεταβλητότητα της κύριας συνιστώσας ισούται με την αντίστοιχη ιδιοτιμή της. Αυτό σημαίνει ότι η πρώτη κύρια συνιστώσα PC_1 , η μεταβλητότητα της οποίας θέλουμε να είναι η μεγαλύτερη όλων των κύριων συνιστωσών, θα έχει μεταβλητότητα που θα ισούται με την μέγιστη ιδιοτιμή. Δηλαδή:

$$\text{var} [PC_1] = \lambda_{\max}.$$

Ομοίως, η PC_2 θέλουμε να εκφράζει το δεύτερο μεγαλύτερο ποσοστό της μεταβλητότητας του δείγματος, και συνεπώς η μεταβλητότητα της PC_2 θα ισούται με την ιδιοτιμή που έχει τη δεύτερη μεγαλύτερη τιμή. Και με την ίδια λογική, η μεταβλητότητα της PC_n ισούται με την μικρότερη ιδιοτιμή.

Επομένως [3], η PC_1 κατασκευάζεται από το ιδιοδιάνυσμα α_1 του Σ που αντιστοιχεί στην μεγαλύτερη ιδιοτιμή λ_1 . Η PC_2 κατασκευάζεται από το ιδιοδιάνυσμα α_2 του Σ που αντιστοιχεί στην δεύτερη μεγαλύτερη ιδιοτιμή λ_2 . Και με παρόμοια λογική στους υπόλοιπους PCs αντιστοιχούν οι ιδιοτιμές με φθίνουσα σειρά μεγέθους.

2.3 Αλγόριθμοι αριθμητικού υπολογισμού των κύριων συνιστωσών

2.3.1 Λύση της χαρακτηριστικής εξίσωσης

Όπως είδαμε ήδη, η προφανής διαδικασία υπολογισμού των κύριων συνιστωσών ενός δείγματος είναι η εξής:

αρχικά υπολογίζεται ο πίνακας συνδιακύμανσης Σ του δείγματος. Στη συνέχεια βρίσκονται οι ιδιοτιμές του πίνακα συνδιακύμανσης. Αν ο πίνακας Σ είναι $n \times n$, τότε θα έχει n ιδιοτιμές. Οι ιδιοτιμές λ του Σ ικανοποιούν την εξίσωση:

$$\Sigma \cdot \alpha_i - \lambda \cdot \alpha_i = \mathbf{0} \Rightarrow$$

$$(\Sigma - \lambda \cdot I_n) \cdot \alpha_i = \mathbf{0}, \quad (2.7)$$

όπου $i = 1, \dots, n$, n ο αριθμός των διαστάσεων του δείγματος, και I_n ένας $n \times n$ μοναδιαίος πίνακας.

Η εξίσωση $(\Sigma - \lambda \cdot I_n) \cdot \alpha_i = \mathbf{0}$ εκφράζει ένα ομογενές σύστημα. Το ομογενές σύστημα μπορεί να έχει την προφανή λύση, η οποία είναι η μηδενική: $\alpha_i = \mathbf{0}$. Όμως, είναι επιθυμητό να βρίσκεται μία μη μηδενική λύση για το κάθε α_i . Το ομογενές σύστημα θα έχει μη μηδενικές λύσεις α_i αν η ορίζουσα του $(\Sigma - \lambda \cdot I_n)$ είναι μηδενική [10], δηλαδή όταν ισχύει:

$$\det(\Sigma - \lambda \cdot I_n) = 0. \quad (2.8)$$

Η λύση της εξίσωσης $\det(\Sigma - \lambda \cdot I_n) = 0$ δίνει n τιμές για το λ , οι οποίες ορίζονται να είναι οι ιδιοτιμές του πίνακα Σ [10]. Για κάθε μία τιμή λ_i του λ λύνεται το σύστημα

$$(\Sigma - \lambda_i \cdot I_n) \cdot \alpha_i = \mathbf{0},$$

και η λύση του συστήματος δίνει μία οικογένεια μη μηδενικών διανυσματικών τιμών για το α_i . Από την οικογένεια αυτή διανυσματικών τιμών του α_i , επιλέγεται τυχαία μία διανυσματική τιμή από αυτές, και έτσι το α_i παίρνει μία μοναδική διανυσματική τιμή η οποία αντιστοιχεί στη συγκεκριμένη τιμή λ_i . Το α_i που αντιστοιχεί στη συγκεκριμένη ιδιοτιμή λ_i λέγεται ότι είναι ένα ιδιοδιάνυσμα που αντιστοιχεί στην ιδιοτιμή λ_i .

Συνεπώς, κατα την προφανή διαδικασία υπολογισμού των κύριων συνιστωσών, υπολογίζονται οι ιδιοτιμές του πίνακα συνδιακύμανσης Σ και τα αντίστοιχα ιδιοδιανύσματα α_i . Στη συνέχεια, οι ιδιοτιμές ταξινομούνται σε φθίνουσα σειρά μεγέθους. Οι μεγαλύτερες σε μέγεθος ιδιοτιμές αντιστοιχούν σε μικρότερης τάξης κύριες συνιστώσες. Κάθε μία κύρια συνιστώσα PC_i κατασκευάζεται ως εξής. Αν η PC_i αντιστοιχεί στην i -στή μεγαλύτερη ιδιοτιμή λ_i , τότε υπολογίζεται ως:

$$PC_i = \alpha_i' \cdot \mathbf{x} ,$$

όπου α_i το ιδιοδιάνυσμα που αντιστοιχεί στην ιδιοτιμή λ_i , και \mathbf{x} μία διανυσματική μέτρηση (x_1, \dots, x_n) του δείγματος σε κανονικές συντεταγμένες.

2.3.2 Εναλλακτικοί αλγόριθμοι

Ο παραπάνω αλγόριθμος της λύσης της χαρακτηριστικής εξίσωσης είναι προφανής και είναι συμβατός με τη μαθηματική ερμηνεία της ανάλυσης κύριων συνιστωσών που αναλύσαμε προηγουμένως. Όμως, στην πράξη, έχουν αναπτυχθεί και άλλοι αλγόριθμοι οι οποίοι υπολογίζουν τις κύριες συνιστώσες. Οι αλγόριθμοι αυτοί μπορεί να εξετάζουν τη διαδικασία ανάλυσης κύριων συνιστωσών με τελείως διαφορετικές οπτικές γωνίες. Όμως, όποια μέθοδος και φιλοσοφία και αν ακολουθείται, όλοι οι αλγόριθμοι έχουν τελικό στόχο το μετασχηματισμό των μετρήσεων από κανονικές συντεταγμένες σε PCs. Οι διάφοροι αλγόριθμοι ενδέχεται να διαφέρουν όχι μόνο στη διαδικασία που ακολουθείται για την κατασκευή των συντελεστών των PCs, αλλά και ως προς άλλους παράγοντες, όπως ως προς τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματά τους σε διάφορους τομείς, όπως το υπολογιστικό κόστος.

Ενδεικτικά, αναφέρουμε μερικούς γνωστούς αλγόριθμους αριθμητικού υπολογισμού της ανάλυσης κύριων συνιστωσών [3], [5] :

Μέθοδος Δύναμης (Power Method)

Αλγόριθμοι QR και QL

Αποσύνθεση Μοναδικών Τιμών (Singular Value Decomposition ή SVD)

χρήση Νευρικών Δικτύων (Neural Network)

Αλγόριθμος NIPALS

2.4 Εφαρμογή PCA στις προσομοιώσεις του προτεινόμενου συστήματος

Όπως έχουμε πει, στόχος της PCA διαδικασίας είναι η δημιουργία των n διανυσμάτων

της μορφής:

$$(\alpha_{11}, \dots, \alpha_{1n}), \dots, (\alpha_{n1}, \dots, \alpha_{nn}),$$

τα οποία είναι απαραίτητα για τη δημιουργία των PCs:

PC_1, \dots, PC_n , αντίστοιχα.

Στις προσομοιώσεις που θα ακολουθήσουν, μέσω του προγράμματος Matlab, ο αλγόριθμος αριθμητικού υπολογισμού της ανάλυσης κύριων συνιστωσών που θα χρησιμοποιηθεί για την παραγωγή των διανυσμάτων $(\alpha_{11}, \dots, \alpha_{1n}), \dots, (\alpha_{n1}, \dots, \alpha_{nn})$, θα είναι η Αποσύνθεση Μοναδικών Τιμών (Singular Value Decomposition ή SVD) [3], [4], [5], [7], [14].

Επόμενο βασικό στάδιο, είναι να καθοριστεί πόσους PCs χρειάζεται να έχει η συμπιεσμένη μέτρηση, ώστε να υπάρχει συμπύεση, αλλά όμως να μην υπάρχει σημαντική αλλοίωση πληροφορίας. Για να μην υπάρχει σημαντική αλλοίωση πληροφορίας, θα πρέπει η συμπιεσμένη μέτρηση να περιλαμβάνει q PCs, οι οποίοι αθροιστικά να εκφράζουν ένα μεγάλο ποσοστό της συνολικής μεταβλητότητας των δειγματικών μετρήσεων. Όπως έχουμε πει, αν οι δειγματικές μετρήσεις αποτελούνται από μεταβλητές με μεγάλες συσχετίσεις, τότε αρκούν πολύ λίγοι PCs για να εκφράσουν συνολικά ένα μεγάλο ποσοστό της μεταβλητότητας των δειγματικών μετρήσεων.

Για το σκοπό του υπολογισμού του αριθμού των PCs που χρειάζονται, ορίζεται ένα κατώφλι p . Το κατώφλι p εκφράζει το ποσοστό της συνολικής μεταβλητότητας των δειγματικών μετρήσεων με το οποίο πρέπει να είναι ίση ή να υπερβαίνει η αθροιστική μεταβλητότητα των PCs. Οι q πρώτοι PCs που αθροιστικά δίνουν ποσοστό μεταβλητότητας που δεν είναι κάτω από την τιμή p , θα είναι και ο αριθμός των PCs στους οποίους θα συμπίεζονται οι μετρήσεις. Όπως έχουμε δει, η αντίστοιχη ιδιοτιμή ενός PC ισούται με τη μεταβλητότητα που εκφράζει ο PC αυτός. Άρα, το ποσοστό της μεταβλητότητας που εκφράζουν q PCs ισοδυναμεί με το ποσοστό του αθροίσματος των q αντίστοιχων ιδιοτιμών τους, ως προς το άθροισμα όλων των n ιδιοτιμών. Στη βιβλιογραφία έχει συζητηθεί γενικότερα το θέμα του εντοπισμού του κατάλληλου αριθμού από PCs [6].

Συνεπώς, κατά τις προσομοιώσεις που θα ακολουθήσουν, το πρώτο βήμα είναι να μαζευτούν m δειγματικές μετρήσεις, στις οποίες θα εφαρμοστεί PCA και θα προκύψουν διανύσματα της μορφής:

$$(\alpha_{11}, \dots, \alpha_{1n}), \dots, (\alpha_{n1}, \dots, \alpha_{nn}),$$

τα οποία αντιστοιχούν στην δημιουργία n PCs.

Το επόμενο βήμα είναι να εκλεχθούν οι q πρώτοι PCs οι οποίοι ικανοποιούν το κατώφλι p .

Μετά τον προσδιορισμό του q , χρειάζονται πια όχι n , αλλά q διανύσματα:

$(\alpha_{11}, \dots, \alpha_{1n}), \dots, (\alpha_{q1}, \dots, \alpha_{qn}),$

για την συμπύεση κάθε μίας n -διάστατης μέτρησης σε q PCs.

Όλα μαζί τα διανύσματα, αν τοποθετηθούν σε έναν κοινό πίνακα, σχηματίζουν έναν $n \times q$ πίνακα, τον οποίον από εδώ και πέρα θα τον συμβολίζουμε ως:

coeff.

Αν ο πίνακας *coeff* είναι γνωστός, τότε κάθε μία n -διάστατη μέτρηση μπορεί να συμπιεστεί σε q PCs.

Ο τρόπος με τον οποίο χρησιμοποιείται ο πίνακας *coeff* για την συμπύεση μίας n -διάστατης μέτρησης σε q PCs, αλλά και αντιστρόφως, για την αποσυμπύεση από q PCs στις n πραγματικές διαστάσεις, περιγράφεται αναλυτικότερα στο κεφάλαιο παρουσίασης του προτεινόμενου συστήματος.

3 ΠΡΟΕΚΒΟΛΗ LAGRANGE

3.1 Παρεμβολή

Έστω ότι υπάρχει ένα σύνολο από $n+1$ πεπερασμένα σημεία (x_i, y_i) στον διδιάστατο χώρο, με $i = 0, \dots, n$, για τα οποία οι συντεταγμένες είναι γνωστές.

Το πρόβλημα που τίθεται είναι το εξής: πώς θα μπορέσουμε να υπολογίσουμε την τιμή y που αντιστοιχεί σε μία τιμή x , η οποία δεν ανήκει στο σύνολο των x_i , $i = 0, \dots, n$;

Η παρεμβολή δίνει την εξής λύση. Προσπαθεί να υπολογίσει ένα πολυώνυμο $y = f(x)$,

το οποίο να περνάει από όλα τα γνωστά σημεία (x_i, y_i) .

Έτσι, η τιμή y που αντιστοιχεί σε ένα x που δεν ανήκει στο σύνολο των x_i , $i = 0, \dots, n$, είναι η τιμή του πολυωνύμου για το x αυτό. Δηλαδή: $y = f(x)$.

Η φιλοσοφία της παρεμβολής οπτικοποιείται στο ΣΧΗΜΑ 4. Στο σχήμα αυτό φαίνονται τα σημεία (x_i, y_i) , καθώς και το πολυώνυμο παρεμβολής.

Το πολυώνυμο παρεμβολής περνάει από τα γνωστά σημεία, και συνεπώς ισχύει:

$$y_i = f(x_i), \quad i = 0, \dots, n.$$

Το πολυώνυμο παρεμβολής προσεγγίζει τα σημεία τα οποία βρίσκονται ανάμεσα στα γνωστά σημεία. Έτσι, θα μπορούσαμε να πούμε ότι το πολυώνυμο παρεμβολής εκφράζει μία μαθηματική σχέση που εκφράζει κάποιο φαινόμενο που μελετάμε. Τα γνωστά σημεία είναι βέβαιο ότι επαληθεύονται από τη σχέση αυτή, αφού το πολυώνυμο παρεμβολής περνά από αυτά. Όμως, δεν σημαίνει ότι η τιμή της $f(x)$ για μία ενδιαμέση τιμή x αντιπροσωπεύει την πραγματική τιμή y του φαινομένου που μελετάται. Συνεπώς, το πολυώνυμο παρεμβολής συνδέεται με σφάλματα ανάμεσα στις πραγματικές τιμές και σε αυτές που προσεγγίζει.

Στόχος είναι το πολυώνυμο παρεμβολής να σχεδιαστεί με τέτοιο τρόπο που, με βάση τις συνθήκες που επικρατούν, να δίνει τα μικρότερα δυνατά σφάλματα.

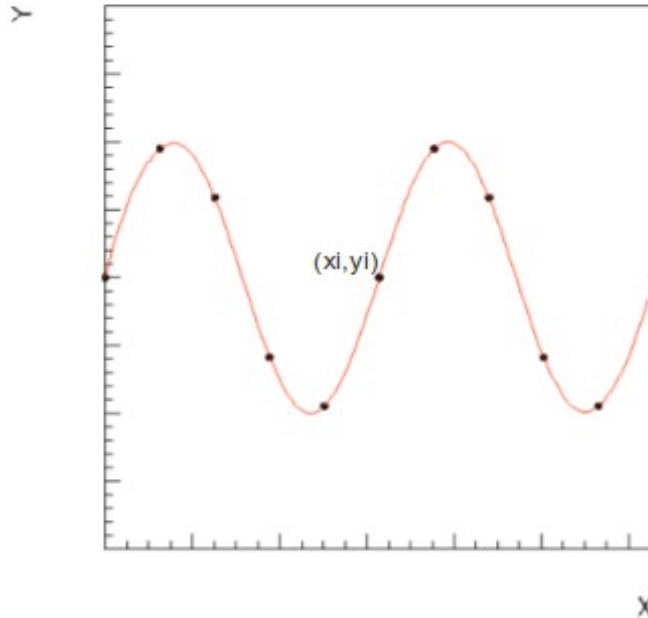
Το μόνο εργαλείο που έχει στα χέρια του ο σχεδιαστής ενός πολυωνύμου παρεμβολής είναι τα γνωστά σημεία (x_i, y_i) , και τα μαθηματικά. Επομένως, το πολυώνυμο $f(x)$ κατασκευάζεται, χρησιμοποιώντας τα γνωστά σημεία (x_i, y_i) με έναν συγκεκριμένο μαθηματικό τρόπο.

Υπάρχουν πολλοί τρόποι κατασκευής πολυωνύμων παρεμβολής. Ένας από αυτούς είναι η παρεμβολή με πολυώνυμο Lagrange [17], η οποία θα εξετασθεί στη συνέχεια.

Επίσης, υπάρχουν και διαφορετικά είδη παρεμβολής, εκτός από την πολυωνυμική

παρεμβολή [18].

Μία υποπερίπτωση της πολυωνυμικής παρεμβολής είναι η γραμμική παρεμβολή.



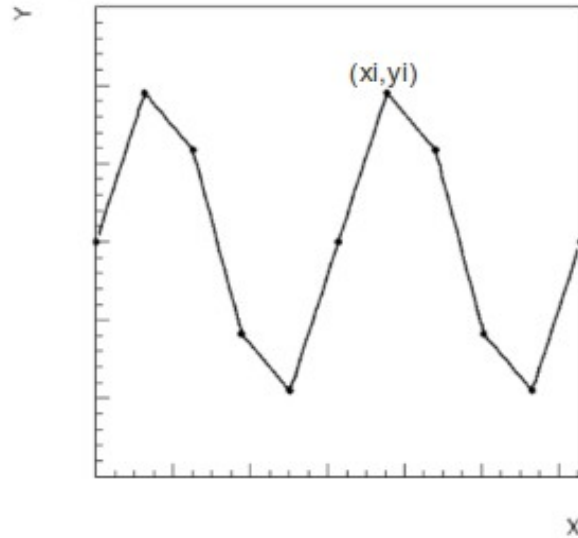
ΣΧΗΜΑ 4: Πολυωνυμική παρεμβολή

Η γραμμική παρεμβολή παίρνει κάθε φορά 2 διαδοχικά σημεία από το σύνολο (x_i, y_i) των γνωστών σημείων και τα “ενώνει” με μία ευθεία γραμμή. Έτσι, όπως φαίνεται και στο ΣΧΗΜΑ 5, το αποτέλεσμα είναι να δημιουργηθεί μία ένωση από ευθύγραμμα τμήματα.

Ο μαθηματικός τύπος που συνδέει με γραμμή 2 διαδοχικά σημεία (x_{i+1}, y_{i+1}) και (x_i, y_i) είναι:

$$y = y_i + \frac{(y_{i+1} - y_i)}{(x_{i+1} - x_i)} \cdot (x - x_i) . \quad (3.1)$$

Λόγω απότομων μεταβολών, η γραμμική παρεμβολή φαίνεται να έχει περισσότερες πιθανότητες να αποκλίνει δίνοντας μεγαλύτερα σφάλματα.



ΣΧΗΜΑ 5: Γραμμική παρεμβολή

3.2 Παρεμβολή με πολυώνυμα Lagrange

Η παρεμβολή με πολυώνυμα Lagrange είναι μία περίπτωση πολυωνυμικής παρεμβολής. Όπως και η γενική πολυωνυμική παρεμβολή, σκοπός της είναι ο σχηματισμός ενός πολυωνύμου $y = f(x)$, το οποίο να περνά από όλα τα γνωστά σημεία (x_i, y_i) , με $i = 0, \dots, n$.

Αυτό που χαρακτηρίζει την παρεμβολή με πολυώνυμα Lagrange είναι ο τρόπος σχηματισμού του πολυωνύμου $f(x)$.

Το πολυώνυμο παρεμβολής κατασκευάζεται με τον εξής τρόπο [17] :

$$y=f(x)=\sum_{i=0}^n y_i \cdot L_i(x) , \quad (3.2)$$

όπου $L_i(x)$ τα πολυώνυμα Lagrange.

Ένα πολυώνυμο Lagrange $L_i(x)$ ορίζεται ως εξής:

$$L_i(x)=\frac{(x-x_0) \cdot (x-x_1) \cdot \dots \cdot (x-x_{i-1}) \cdot (x-x_{i+1}) \cdot \dots \cdot (x-x_{n-1}) \cdot (x-x_n)}{(x_i-x_0) \cdot (x_i-x_1) \cdot \dots \cdot (x_i-x_{i-1}) \cdot (x_i-x_{i+1}) \cdot \dots \cdot (x_i-x_{n-1}) \cdot (x_i-x_n)} . \quad (3.3)$$

Αποδεικνύεται ότι για το $y=f(x)=\sum_{i=0}^n y_i \cdot L_i(x)$ ισχύει:

$$y_i = f(x_i), \quad i = 0, \dots, n,$$

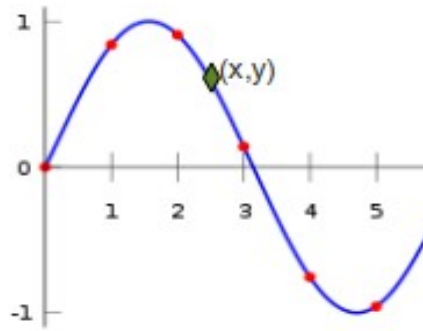
και άρα το πολυώνυμο περνά από όλα τα $n+1$ γνωστά σημεία. Το πολυώνυμο παρεμβολής είναι n -στού βαθμού. Επίσης, αποδεικνύεται ότι το πολυώνυμο παρεμβολής αυτό είναι το μοναδικό που περνά από όλα τα γνωστά σημεία [17].

3.3 Προεκβολή

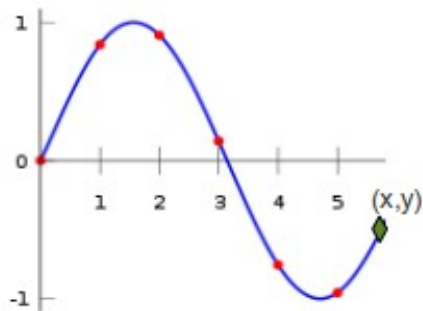
Η προεκβολή (extrapolation) χρησιμοποιεί τα ίδια πολυώνυμα και σχετίζεται άμεσα με την παρεμβολή. Η διαφορά της με την παρεμβολή είναι ότι ένα πολυώνυμο $y=f(x)$ χρησιμοποιείται για να εκτιμηθεί ένα μελλοντικό σημείο, και όχι για να εκτιμηθεί ένα σημείο που βρίσκεται ανάμεσα στα γνωστά σημεία (x_i, y_i) . Η διαδικασία κατασκευής των πολυωνύμων όμως και η χρήση των γνωστών σημείων και των κατάλληλων μαθηματικών έχει την ίδια λογική.

Η διαφορά ανάμεσα στην παρεμβολή και στην προεκβολή θα εξηγηθεί με το εξής παράδειγμα. Έστω ότι τα γνωστά σημεία (x_i, y_i) έχουν τιμές x_i που ανήκουν στο διάστημα τιμών: $[0, 5]$. Τότε, όπως φαίνεται και στο ΣΧΗΜΑ 6, παρεμβολή έχουμε όταν εκτιμάται το y που αντιστοιχεί σε ένα x που ανήκει μέσα στο διάστημα τιμών $(0, 5)$. Από την άλλη, όπως φαίνεται και στο ΣΧΗΜΑ 7, προεκβολή έχουμε όταν εκτιμάται το y που αντιστοιχεί σε ένα x που βρίσκεται εκτός του διαστήματος $[0, 5]$, και μάλιστα ισχύει: $x > 5$.

Είναι λογικό το ότι, όταν το x του προβλεπόμενου από την προεκβολή y απομακρύνεται από το πεδίο τιμών των γνωστών x_i , τότε αυξάνεται η πιθανότητα μεγάλου σφάλματος, λόγω του ότι το πολυώνυμο γίνεται πιο απρόβλεπτο απομακρυνόμενο από τα γνωστά σημεία.



ΣΧΗΜΑ 6: Παρεμβολή. Προσέγγιση σημείου που βρίσκεται ανάμεσα στα γνωστά σημεία



ΣΧΗΜΑ 7: Προεκβολή. Πρόβλεψη σημείου που έπεται των γνωστών σημείων

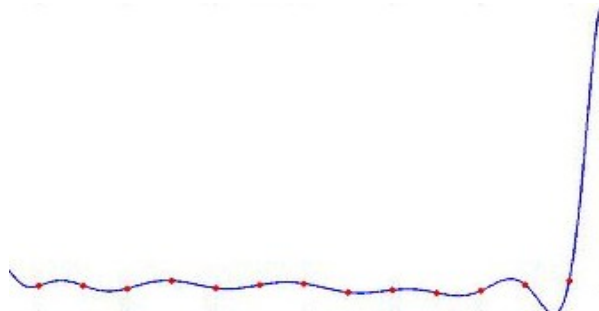
3.4 Προεκβολή με πολυώνυμα Lagrange

Η προεκβολή με πολυώνυμα Lagrange υπολογίζεται με τον ίδιο τρόπο που υπολογίζεται η παρεμβολή με πολυώνυμα Lagrange. Η διαφορά τους είναι η διαφορά που υπάρχει γενικότερα ανάμεσα στην παρεμβολή και την προεκβολή. Δηλαδή, η προεκβολή με πολυώνυμα Lagrange προβλέπει ένα σημείο πέρα από το πεδίο ορισμού των γνωστών x_i , ενώ η παρεμβολή με πολυώνυμα Lagrange προσεγγίζει ένα σημείο με x που βρίσκεται μέσα στο πεδίο ορισμού των γνωστών x_i .

Ένα σημείο στο οποίο χρειάζεται προσοχή είναι το εξής. Το δημιουργούμενο πολυώνυμο

$$y=f(x)=\sum_{i=0}^n y_i \cdot L_i(x) \quad \text{έχει την τάση, όταν ο αριθμός των γνωστών σημείων, και άρα και ο}$$

βαθμός του, αυξάνεται αρκετά, τότε να παρουσιάζει μεγάλη απόκλιση (φαινόμενο Runge). Η συμπεριφορά αυτή φαίνεται στο ΣΧΗΜΑ 8. Το φαινόμενο αυτό, το οποίο επιβεβαιώθηκε πειραματικά μέσω προσομοιώσεων στο πρόγραμμα Matlab, θα μπορούσε να οδηγήσει σε μεγάλα σφάλματα στην περίπτωση της Lagrange προεκβολής.



ΣΧΗΜΑ 8: Η μεγάλες αποκλίσεις όταν το πολυώνυμο προεκβολής Lagrange είναι μεγάλου βαθμού

Στις προσομοιώσεις που θα ακολουθήσουν, έγινε προσπάθεια εύρεσης ενός κατάλληλου αριθμού για το πλήθος των γνωστών σημείων (x_i, y_i) ώστε να μην παρατηρείται το προηγούμενο φαινόμενο, και να μην υπάρχει μεγάλο σφάλμα.

Επίσης, στις προσομοιώσεις των επόμενων κεφαλαίων, το x θα παίρνει χρονικές τιμές, το y θα συμβολίζει έναν PC, το πλήθος των γνωστών σημείων θα συμβολίζεται με l_i , και θα γίνεται, με Lagrange προεκβολή, πρόβλεψη για την τιμή του PC αυτού σε μία μελλοντική χρονική στιγμή.

4 ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

4.1 Βασικές αρχές λειτουργίας

Το σύστημα που προτείνεται θα μπορούσε να είναι ένα τμήμα ενός μεγαλύτερου συστήματος ασύρματης προώθησης πληροφορίας πλαισίου. Ένα καλό παράδειγμα τέτοιου συστήματος θα ήταν ένα σύστημα το οποίο περιλαμβάνει αισθητήρες ή απλούς πομποδέκτες, που μετράνε και προωθούν προς έναν τελικό επεξεργαστή μετρήσεις όπως θερμοκρασίας, υγρασίας και ταχύτητας ανέμου μίας περιοχής. Αντικείμενο μελέτης αποτελεί η συμπύεση της πληροφορίας πλαισίου χωρίς όμως αξιοσημείωτη αλλοίωση στην ορθότητα της πληροφορίας. Για να εξυπηρετηθεί η μελέτη του κύριου αυτού στόχου, αποφασίστηκε να μελετηθεί και να μοντελοποιηθεί ένα μικρό απλοποιημένο τμήμα ενός μεγαλύτερου συστήματος. Συνεπώς, το πεδίο μελέτης μας συγκεκριμενοποιείται στο πρόβλημα της εκπομπής και λήψης συμπιεσμένης, αλλά ταυτόχρονα όχι σημαντικά αλλοιωμένης, πληροφορίας ανάμεσα σε δύο κόμβους.

Βασιζόμενοι στους στόχους αυτούς, το σύστημα που θα μελετήσουμε αποτελείται από δύο κόμβους.

Ο ένας κόμβος είναι ο κόμβος *A*. Ο κόμβος *A* εκπέμπει διανυσματικές μετρήσεις.

Ο άλλος κόμβος είναι ο κόμβος *B*, ο οποίος λαμβάνει τις μετρήσεις που στέλνει ο κόμβος *A*.

Η απλοποιημένη αυτή μορφή του συστήματος απεικονίζεται στο ΣΧΗΜΑ 9.



ΣΧΗΜΑ 9: Η απλοποιημένη αρχιτεκτονική του συστήματος

Ο κόμβος *A* στέλνει διανυσματικές μετρήσεις n διαστάσεων στον κόμβο *B*. Κάθε

διάνυσμα που στέλνεται έχει τη μορφή:

$$\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n),$$

όπου x_i , με $i = 1, \dots, n$, μία μέτρηση ενός συγκεκριμένου αισθητήρα που έχει λάβει ο κόμβος A.

Όπως θα δούμε στη συνέχεια, στις προσομοιώσεις του συστήματος, η κάθε μία διανυσματική μέτρηση αποτελείται από 7 μεταβλητές και είναι της μορφής:

$$\mathbf{x} = (temp_1, hum_1, temp_2, hum_2, temp_3, hum_3, wind_4).$$

Η κάθε μία μέτρηση \mathbf{x} που πρέπει να στείλει ο A, αποτελείται από τις μετρήσεις θερμοκρασίας και υγρασίας αντίστοιχα $(temp_i, hum_i)$ που προέρχονται από τρεις αισθητήρες 1, 2 και 3, και από την μέτρηση ταχύτητας ανέμου ($wind_4$) που προέρχεται από έναν τέταρτο αισθητήρα. Όμως, με την πληροφορία που μεταδίδεται θα ασχοληθούμε αναλυτικότερα αργότερα. Άλλωστε, το σύστημα που προτείνεται δεν περιορίζεται μόνο στις μετρήσεις 7 διαστάσεων θερμοκρασίας, υγρασίας και ταχύτητας ανέμου, αλλά γενικεύεται για οποιεσδήποτε διαστάσεις και οποιοδήποτε είδος πληροφορίας.

Ο σκοπός του κόμβου A είναι να προωθεί στον κόμβο B, ανα διακριτά χρονικά διαστήματα, διανυσματικές μετρήσεις της μορφής $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$. Όμως, η πληροφορία αυτή στέλνεται στον κόμβο B αφού πρώτα συμπιεστεί. Στόχος του συστήματος είναι πριν σταλεί ένα διάνυσμα n διαστάσεων, να συμπιέζεται σε ένα διάνυσμα λιγότερων διαστάσεων q , με $q < n$. Έτσι, αντί να σταλούν n τιμές, στέλνονται q τιμές, δηλαδή $(n - q)$ λιγότερες τιμές. Αυτό είναι πολύ σημαντικό για την εξοικονόμηση ισχύος του συστήματος, επειδή κυρίως η εκπομπή πληροφορίας, αλλά και η λήψη, είναι με διαφορά υπεύθυνες για την κατανάλωση του μεγαλύτερου ποσοστού της ισχύος σε ένα σύστημα σαν αυτό που μελετάμε [11], [12]. Ο δέκτης B αποσυμπιέζει κάθε μία διανυσματική μέτρηση που δέχεται στις αρχικές της n διαστάσεις.

Όμως ο πομπός A δεν αρκείται μόνο στην συμπίεση της πληροφορίας σε λιγότερες διαστάσεις. Αφού ένα διάνυσμα συμπιεστεί στις q διαστάσεις, ο πομπός ενδέχεται να στείλει λιγότερες και από q τιμές. Αυτό επιτυγχάνεται με την εξής φιλοσοφία. Αν μία από τις q τιμές μπορεί να προβλεφθεί με μεγάλη ακρίβεια από τον δέκτη, τότε δεν χρειάζεται να αποσταλεί από τον πομπό, και έτσι εξοικονομείται περισσότερη ισχύς.

Όμως γεννιούνται δύο μεγάλα ερωτήματα. Με ποιόν τρόπο επιτυγχάνεται η συμπίεση της πληροφορίας από n σε q διαστάσεις; Επίσης, με ποιο τρόπο ο δέκτης μπορεί να προβλέπει τις q συμπιεσμένες τιμές;

Οι απαντήσεις σε αυτά τα δύο ερωτήματα είναι ότι χρησιμοποιούνται τα μαθηματικά εργαλεία της Ανάλυσης Κύριων Συνιστωσών (PCA) και της προεκβολής Lagrange (Lagrange Extrapolation), αντίστοιχα. Αξίζει όμως να τονίσουμε ότι, όπως έχουμε ήδη

παρατηρήσει, για να μπορέσει να επιτευχθεί με PCA αξιόλογη συμπύεση στις διανυσματικές μετρήσεις, πρέπει οι μεταβλητές των διανυσμάτων να είναι σε μεγάλο βαθμό συσχετισμένες μεταξύ τους. Συνεπώς, το σύστημα που προτείνεται, συνιστάται να χρησιμοποιείται όταν οι μετρήσεις είναι συσχετισμένες μεταξύ τους. Τότε, το σύστημα αναμένεται να προκαλεί μεγάλη εξοικονόμηση ισχύος, εκμεταλλευόμενο την βασική ιδιότητα της PCA, η οποία προκαλεί μεγάλες συμπιέσεις σε συσχετισμένα δεδομένα.

Στη συνέχεια, θα περιγράψουμε αναλυτικότερα τις δύο βασικές μεθόδους με τις οποίες ο πομπός A μειώνει τον αριθμό των εκπεμπόμενων τιμών προς τον δέκτη B . Ο A επιδιώκει να μην στείλει στον B και τις n τιμές του διανύσματος μετρήσεων $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$, αλλά να στείλει λιγότερες από n τιμές, πραγματοποιώντας, πριν την αποστολή, τις εξής δύο διαδικασίες.

4.1.1 Εφαρμογή Ανάλυσης Κύριων Συνιστωσών

Ο κόμβος A , αφού πρώτα έχει συλλέξει έναν ικανοποιητικό αριθμό από m διανυσματικές μετρήσεις της μορφής $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$, είναι πλέον σε θέση να “αντιληφθεί”, έστω και όχι με απόλυτη πάντα ορθότητα, τις συσχετίσεις ανάμεσα στις μεταβλητές της πληροφορίας. Όπως είδαμε στο αναλυτικό κεφάλαιο για την PCA, οι συσχετίσεις ανάμεσα στις μεταβλητές του δείγματος αποτελούν τη βάση για τη θεωρητική κατανόηση της Ανάλυσης Κύριων Συνιστωσών. Όταν ο κόμβος A συλλέξει τις m διανυσματικές μετρήσεις, τότε είναι σε θέση να υπολογίσει:

έναν πίνακα PCA συντελεστών: *coeff*.

τον αριθμό q των κύριων συνιστωσών που αρκούν για να εκφράσουν συνολικά ένα επιθυμητό ποσοστό της μεταβλητότητας του δείγματος των m μετρήσεων.

Οι m n -διάστατες μετρήσεις που συλλέγονται συγκροτούν έναν $m \times n$ πίνακα \mathbf{H} . Από τον πίνακα συνδιακύμανσης που προκύπτει από τον πίνακα \mathbf{H} εξάγονται n ιδιοτιμές λ_i , με $i = 1, \dots, n$. Κάθε μία ιδιοτιμή λ_i , όπως έχουμε δει, ισούται με τη μεταβλητότητα του δείγματος που αντιπροσωπεύει η i -στή κύρια συνιστώσα PC_i . Ορίζεται ένα κατώφλι p , το οποίο εκφράζει το συνολικό ποσοστό της μεταβλητότητας που επιθυμεί ο σχεδιαστής του συστήματος να καλύπτουν οι PCs. Επομένως, υπολογίζεται πόσες PCs απαιτούνται για να καλυφθεί συνολικά ένα ποσοστό $p\%$ της συνολικής μεταβλητότητας του δείγματος των m μετρήσεων. Οι q PCs αυτές θα αντιστοιχούν στις q πρώτες ιδιοτιμές λ_i που έχουν άθροισμα που καλύπτει τουλάχιστον το $p\%$ του συνολικού αθροίσματος των

ιδιοτιμών. Έτσι, με αυτόν τον τρόπο, και με βάση το κατώφλι ρ , υπολογίζεται ο αριθμός q των PCs στις οποίες θα συμπιεστούν οι μετρήσεις πριν αποσταλούν στον κόμβο B . Όσο μικρότερος είναι ο αριθμός q των PCs, τόσο μεγαλύτερη συμπύεση της πληροφορίας επιτυγχάνεται.

Για να μπορέσει μία μέτρηση $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ να συμπιεστεί σε q διαστάσεις πριν αποσταλεί, απαιτείται ο υπολογισμός ενός πίνακα PCA συντελεστών $coeff$. Ο $coeff$, όπως έχουμε ήδη δει στο αναλυτικό για την PCA κεφάλαιο, είναι ένας $n \times q$ πίνακας ο οποίος υπολογίζεται με τη βοήθεια του πίνακα \mathbf{H} , μέσω μιας μεθόδου αριθμητικού υπολογισμού των συντελεστών μετατροπής σε PCs. Η συμπύεση ενός διανύσματος από τη μορφή: $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ στη συμπιεσμένη σε PCs μορφή: $\mathbf{x}_{pc} = (PC_1, \dots, PC_q)$, πραγματοποιείται ως εξής [5], [8]:

$$\mathbf{x}_{pc} = (PC_1, \dots, PC_q) = (\mathbf{x} - meanH) \cdot coeff, \quad (4.1)$$

όπου $meanH$ το μέσο διάνυσμα των m διανυσμάτων (x_1, \dots, x_n) από τα οποία αποτελείται ο πίνακας \mathbf{H} .

Συνεπώς, αν ισχύει $q < n$, τότε ο κόμβος A στέλνει στον κόμβο B κάθε μία μέτρηση $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ στη συμπιεσμένη μορφή των q PCs: $\mathbf{x}_{pc} = (PC_1, \dots, PC_q)$.

Ο κόμβος B , μόλις λάβει την \mathbf{x}_{pc} , την επανακατασκευάζει στις n διαστάσεις της με τον εξής τρόπο [5], [8]:

$$\mathbf{x}_{rec} = \mathbf{x}_{pc} \cdot coeff' + meanH, \quad (4.2)$$

όπου \mathbf{x}_{rec} είναι η ανακατασκευασμένη μέτρηση \mathbf{x} . Ιδανικά, θα επιθυμούσαμε να ισχύει:

$\mathbf{x}_{rec} = \mathbf{x}$. Όμως, αυτό ισχύει μόνο όταν ισχύει και $q = n$, δηλαδή όταν δεν επιτυγχάνεται συμπύεση. Αν όμως ισχύει $q < n$ και υπάρχει συμπύεση, τότε υπάρχει απώλεια πληροφορίας, και συνεπώς είναι αδύνατο να μην υπάρχει σφάλμα ανακατασκευής και άρα η ανακατασκευασμένη μέτρηση \mathbf{x}_{rec} διαφέρει από την πραγματική μέτρηση \mathbf{x} .

Το σφάλμα ανακατασκευής στον δέκτη εξαρτάται από το κατώφλι ρ του ποσοστού της μεταβλητότητας που επιθυμούμε να καλύπτουν οι q PCs. Αν το ποσοστό ρ είναι μικρό, τότε υπάρχει μεγάλη ανοχή σε μεγάλες αποκλίσεις ανάμεσα σε πραγματικές και ανακατασκευασμένες μετρήσεις. Από την άλλη, αν το ποσοστό ρ είναι μεγάλο, τότε ο αριθμός q των PCs καλύπτει μεγάλο ποσοστό της μεταβλητότητας του δείγματος, και συνεπώς οι αποκλίσεις ανάμεσα σε πραγματικές και ανακατασκευασμένες μετρήσεις είναι μικρότερες. Αν το κατώφλι ρ είναι μεγάλο και το δείγμα των μετρήσεων αποτελείται από μεταβλητές με μικρές συσχετίσεις, τότε απαιτείται μεγάλος αριθμός q από PCs για να ικανοποιήσει το κατώφλι ρ , και επομένως επιτυγχάνεται μικρό σφάλμα ανακατασκευής, αλλά όμως ταυτόχρονα μικρή συμπύεση. Αν το κατώφλι ρ είναι μεγάλο και το δείγμα των μετρήσεων αποτελείται από αρκετά συσχετισμένες μεταβλητές, τότε αρκεί ένας μικρός

αριθμός q από PCs για να ικανοποιήσει το κατώφλι ρ , και επομένως επιτυγχάνεται μεγάλη συμπίεση, και ταυτόχρονα μικρό σφάλμα ανακατασκευής. Επομένως, για τη χρήση του συστήματος προτείνεται η επιλογή μεγάλης τιμής κατωφλίου ρ , και η εφαρμογή του όταν η πληροφορία αποτελείται από αρκετά συσχετισμένες μεταβλητές.

Όταν υπολογιστεί ο πίνακας PCA συντελεστών $coeff$, τότε υπάρχει η δυνατότητα να συμπιέζονται και να επανακατασκευάζονται μετρήσεις. Οι μετρήσεις οι οποίες συμπιέζονται σε q PCs είναι οι μετρήσεις οι οποίες ακολουθούν τις m μετρήσεις που χρησιμοποιούνται για την κατασκευή του $coeff$. Κάθε ένα διάνυσμα μετρήσεων $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$, το οποίο εμφανίζεται στον κόμβο A μετά τις m μετρήσεις του πίνακα \mathbf{H} , συμπιέζεται από τον A σε q PCs μέσω του $coeff$, και στέλνεται στον κόμβο B στη μορφή $\mathbf{x}_{pc} = (PC_1, \dots, PC_q)$. Ο κόμβος B λαμβάνει το κάθε διάνυσμα \mathbf{x}_{pc} και το ανακατασκευάζει στις n διαστάσεις.

Σύμφωνα με τη θεωρία, η Ανάλυση Κύριων Συνιστωσών συνηθίζεται να εφαρμόζεται στο ίδιο το δείγμα μετρήσεων που συνιστούν τον πίνακα \mathbf{H} . Δηλαδή, οι ίδιες οι μετρήσεις του \mathbf{H} συμπιέζονται και ανακατασκευάζονται. Σύμφωνα με τη θεωρητική εξήγηση της Ανάλυσης Κύριων Συνιστωσών, οι συντελεστές του πίνακα $coeff$ εκφράζουν τις συσχετίσεις ανάμεσα στις μεταβλητές των διανυσματικών μετρήσεων του πίνακα \mathbf{H} . Έτσι, όταν συμπιέζονται οι ίδιες οι μετρήσεις του πίνακα \mathbf{H} με τη βοήθεια του πίνακα $coeff$, τότε το σφάλμα ανακατασκευής μπορεί να ελέγχεται μέσα σε λογικά πλαίσια. Δηλαδή, ανάλογα με το κατώφλι ρ , μπορούμε να είμαστε περισσότερο βέβαιοι ότι οι ανακατασκευασμένες μετρήσεις του πίνακα \mathbf{H} θα έχουν τιμές οι οποίες θα εκφράζουν συνολικά ένα ποσοστό $\rho\%$ της συνολικής μεταβλητότητας των μετρήσεων του πίνακα \mathbf{H} . Όμως, όταν συμπιέζεται μία μέτρηση \mathbf{x} μέσω ενός πίνακα $coeff$, και η μέτρηση \mathbf{x} δεν ανήκει στο σύνολο των μετρήσεων από τις οποίες προκύπτει ο $coeff$, τότε το σφάλμα ενδέχεται να γίνεται απρόβλεπτο. Στο σύστημα που προτείνεται, οι μετρήσεις που συμπιέζονται μέσω του πίνακα $coeff$ και αποστέλλονται μετά στον δέκτη, διαφέρουν από τις μετρήσεις που χρησιμοποιούνται για την κατασκευή του $coeff$ αυτού. Επομένως, υπάρχει πιθανότητα να υπάρχουν μετρήσεις οι οποίες να συμπιέζονται μέσω του $coeff$, αλλά να έχουν μεταβλητές που σχετίζονται μεταξύ τους με αρκετά διαφορετικό τρόπο από ότι οι μεταβλητές των m μετρήσεων από τις οποίες εξάγεται ο πίνακας $coeff$. Όταν αλλάζουν οι συσχετίσεις των μεταβλητών των μετρήσεων, και οι συσχετίσεις που αντιπροσωπεύει ο πίνακας PCA συντελεστών $coeff$ δεν αντιπροσωπεύουν πλέον τις πραγματικές συσχετίσεις του δείγματος, τότε το σφάλμα ανακατασκευής γίνεται τυχαίο και απρόβλεπτο, και ενδεχομένως πολύ μεγάλο.

Επομένως, παρατηρούμε ότι ο πίνακας PCA συντελεστών ενδέχεται να μην είναι πάντα

κατάλληλος για την συμπύεση των μετρήσεων. Επίσης, αν οι διανυσματικές μετρήσεις του δείγματος αποτελούνται από μεταβλητές που είναι συσχετισμένες σχεδόν σταθερά με τον ίδιο τρόπο, αλλά για κάποια αιτία οι συσχετίσεις των μετρήσεων αλλάξουν, τότε ο πίνακας *coeff* παύει να εκφράζει τις σωστές συσχετίσεις, και άρα παύει να είναι κατάλληλος, οδηγώντας σε απρόβλεπτα σφάλματα.

Για παράδειγμα, αν οι διανυσματικές μετρήσεις αφορούσαν μετρήσεις υγρασίας και θερμοκρασίας ενός περιβάλλοντος, τότε πιθανό οι μεταβλητές της θερμοκρασίας και υγρασίας να σχετίζονταν μεταξύ του σταθερά με τον ίδιο τρόπο. Αν όμως ξεσπούσε μία πυρκαγιά, τότε ο τρόπος συσχέτισης ανάμεσα στην υγρασία και στη θερμοκρασία θα άλλαζε. Αν ο πίνακας *coeff* δεν άλλαζε, τότε οι διανυσματικές μετρήσεις υγρασίας και θερμοκρασίας θα συμπίεζονταν θεωρούμενες ως μετρήσεις με μεταβλητές που σχετίζονται με τον ίδιο τρόπο που σχετίζονταν πριν την πυρκαγιά. Όμως, μία τέτοια θεώρηση θα οδηγούσε σε μεγάλα σφάλματα και θα αλλοίωναν την πληροφορία.

Από τις παραπάνω διαπιστώσεις συμπεραίνουμε ότι ο πίνακας PCA συντελεστών *coeff* οφείλει να αλλάζει όταν αλλάζουν οι συσχετίσεις των μετρήσεων. Και αν δεν είναι τεχνικά δυνατό να αλλάζει δυναμικά όταν αλλάζουν οι συσχετίσεις, τότε τουλάχιστον είναι απαραίτητο ανά κάποια ορισμένα χρονικά διαστήματα να επανεξετάζεται ο τρόπος συσχέτισης ανάμεσα στις μεταβλητές του δείγματος, και να ανανεώνεται ο πίνακας *coeff*. Στο σύστημα που προτείνεται, ο πίνακας *coeff* υπολογίζεται ξανά μετά από τη συμπύεση l μετρήσεων. Δηλαδή, μετά από τη συμπύεση και αποστολή από τον κόμβο A l μετρήσεων, οι αμέσως επόμενες (ή οι τελευταίες των l) m μετρήσεις χρησιμοποιούνται για την κατασκευή ενός νέου πίνακα PCA συντελεστών *coeff'*. Με τη βοήθεια του νέου πίνακα *coeff'* συμπίεζονται και εκπέμπονται από τον κόμβο A οι επόμενες l μετρήσεις. Στη συνέχεια, από m τελευταίες μετρήσεις σχηματίζεται ένας νέος ανανεωμένος πίνακας *coeff''*, με τον *coeff''* συμπίεζονται οι επόμενες l μετρήσεις, και η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται περιοδικά. Έτσι, κάθε l μετρήσεις, ο πίνακας PCA συντελεστών *coeff* ανανεώνεται και ανιχνεύονται οι νέες συσχετίσεις ανάμεσα στις μεταβλητές των μετρήσεων. Όμως, ακόμα και έτσι, αν μέσα στις l μετρήσεις της περιόδου υπάρχουν μετρήσεις με μεταβλητές που σχετίζονται διαφορετικά από τον τρόπο που αντιλαμβάνεται ο *coeff*, τότε ενδέχονται απρόβλεπτα σφάλματα. Η κατάλληλη τιμή του αριθμού l είναι αντικείμενο μελέτης.

4.1.2 Εφαρμογή προεκβολής Lagrange

Η διαδικασία της προεκβολής Lagrange είναι προαιρετική και υπάρχει η επιλογή αν θα πραγματοποιηθεί ή όχι. Όπως θα δούμε στη συνέχεια, κάθε σενάριο λειτουργίας του συστήματος που θα προταθεί, προβλέπεται να λειτουργεί είτε με προεκβολή Lagrange είτε χωρίς προεκβολή Lagrange. Η εφαρμογή όμως Ανάλυσης Κύριων Συνιστωσών θα είναι υποχρεωτική σε όλα τα σενάρια.

Όταν πραγματοποιείται και προεκβολή Lagrange τότε η διαδικασία είναι η εξής.

Μόλις ο κόμβος A , πραγματοποιώντας PCA, συμπιέσει μία μέτρηση $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ στη μορφή $\mathbf{x}_{pc} = (PC_1, \dots, PC_q)$, τότε η συμπιεσμένη μέτρηση δεν στέλνεται αμέσως στον κόμβο B . Πριν την αποστολή, για κάθε μία κύρια συνιστώσα PC_i της \mathbf{x}_{pc} , με $i = 1, \dots, q$, πραγματοποιείται προεκβολή Lagrange και υπολογίζεται μία αντίστοιχη τιμή PC_i' για την κύρια συνιστώσα αυτή. Όπως έχουμε δει σε αντίστοιχο κεφάλαιο, η προεκβολή Lagrange, λαμβάνοντας υπόψη παλαιότερες τιμές για μία κύρια συνιστώσα, έχει την ικανότητα να “προβλέπει” μία νέα τιμή για την κύρια συνιστώσα αυτή. Έτσι, για την i -στή κύρια συνιστώσα η προεκβολή Lagrange “προβλέπει” μία τιμή PC_i' , ενώ το σύστημα γνωρίζει ήδη ότι η πραγματική τιμή της i -στής κύριας συνιστώσας, τη δεδομένη χρονική στιγμή, είναι αυτή που υπολόγισε η PCA διαδικασία και είναι η PC_i . Όσο λιγότερο διαφέρει η προβλεπόμενη τιμή PC_i' από την πραγματική τιμή PC_i της i -στής κύριας συνιστώσας, τόσο πιο επιτυχημένη είναι η πρόβλεψη της προεκβολής Lagrange.

Εκτός από τον πομπό A , ομοίως και ο δέκτης B έχει συλλέξει παλαιότερες τιμές για την i -στή κύρια συνιστώσα που αναμένει να λάβει, και επομένως μπορεί να προβλέψει και ο κόμβος B μία τιμή PC_i' για την κύρια συνιστώσα αυτή. Αν και ο πομπός και ο δέκτης έχουν τις ίδιες παλαιότερες τιμές για την i -στή συνιστώσα, τότε και οι δύο προβλέπουν με προεκβολή Lagrange την ίδια τιμή PC_i' για τη συνιστώσα αυτή. Επομένως, και ο κόμβος A και ο κόμβος B είναι δυνατό να προβλέπουν με προεκβολή Lagrange τις ίδιες τιμές για τις κύριες συνιστώσες.

Αν η διαφορά ανάμεσα στην προβλεπόμενη τιμή PC_i' και στην πραγματική τιμή PC_i της i -στής κύριας συνιστώσας είναι πολύ μικρή, τότε δεν χρειάζεται ο κόμβος A να στείλει στον κόμβο B την πραγματική τιμή PC_i της i -στής κύριας συνιστώσας, αφού ο κόμβος B μπορεί να εφαρμόσει προεκβολή Lagrange και να υπολογίσει την τιμή PC_i' από μόνος του. Σε αυτή την περίπτωση, ο κόμβος A , αντί να στείλει την τιμή PC_i , στέλνει απλά ένα “αναγνωριστικό bit”, με το οποίο απλά ειδοποιεί τον κόμβο B να πραγματοποιήσει προεκβολή Lagrange για να υπολογίσει την προβλεπόμενη τιμή PC_i' για την i -στή συνιστώσα.

Το σφάλμα λόγω της υιοθέτησης της προβλεπόμενης αντί της πραγματικής τιμής της i -

στής συνιστώσας προβλέπεται να είναι πολύ μικρό, αν οι PC_i και PC_i' διαφέρουν πολύ λίγο. Από την άλλη, το γεγονός ότι αποφεύγεται σε αυτή την περίπτωση η αποστολή της τιμής της i -στής κύριας συνιστώσας είναι πολύ ευνοϊκό για την εξοικονόμηση ισχύος. Αυτό, γιατί όπως έχουμε πει, κατά την εκπομπή, κυρίως, και τη λήψη πληροφορίας, καταναλώνεται σαφώς μεγαλύτερη ισχύς από ότι η ισχύς που καταναλώνεται κατά τη διάρκεια μίας φυσιολογικής υπολογιστικής διεργασίας [11], [12]. Αν στελνόταν η τιμή PC_i της i -στής κύριας συνιστώσας, τότε η τιμή αυτή θα ήταν ένας πραγματικός αριθμός και θα ισοδυναμούσε με την αποστολή και λήψη τεσσάρων bytes [11], [12]. Στην περίπτωση όμως που στέλνεται αντί της τιμής ένα μόνο “αναγνωριστικό bit”, τότε υπάρχει μεγάλη διαφορά στον αριθμό των bits που εκπέμπονται, και επειδή η ισχύς εκπομπής και η λήψης που εξοικονομείται υπερτερεί της αύξησης της υπολογιστικής ισχύος σε πομπό και δέκτη λόγω προεκβολής Lagrange, αναμένεται να υπάρχει τελικά μείωση στην καταναλωμένη ισχύ. Η προσδοκία αυτή όμως πρέπει να επαληθευτεί και πειραματικά, στις προσομοιώσεις που θα ακολουθήσουν αργότερα. Όμως, δεν πρέπει ποτέ να διαφεύγει της προσοχής το ότι η ενδεχόμενη εξοικονόμηση ισχύος λόγω αποστολής ενός μόνο “αναγνωριστικού bit” πρέπει να συνοδεύεται από ελάχιστο σφάλμα μεταξύ πραγματικής και προβλεπόμενης τιμής της i -στής συνιστώσας. Αν οι τιμές PC_i' και PC_i διαφέρουν σημαντικά, τότε το σφάλμα στον δέκτη θα είναι μεγάλο, και τότε η εξοικονόμηση ισχύος έχει ως αντίβαρο την σημαντική αλλοίωση της πληροφορίας, κάτι το οποίο δεν θα ήταν επιθυμητό.

Από τα παραπάνω γεννιέται το εξής ερώτημα: ποιό είναι το μέτρο που μας δείχνει το πόσο πολύ διαφέρουν η πραγματική τιμή και η προβλεπόμενη τιμή της i -στής κύριας συνιστώσας μεταξύ τους, και πόσο είναι ανεκτό να διαφέρουν ώστε να μην υπάρχει σημαντική αλλοίωση της πληροφορίας ; Το μέτρο που μετράει το πόσο πολύ διαφέρουν οι τιμές PC_i και PC_i' μεταξύ τους είναι η ποσοστιαία διαφορά τους:

$$\Delta_{Lagr} = \frac{|PC_i' - PC_i|}{PC_i} \quad (4.3)$$

Ορίζεται το κατώφλι $LagrThr$. Αν ισχύει: $\Delta_{Lagr} \leq LagrThr$, τότε το σφάλμα της προβλεπόμενης τιμής PC_i' θεωρείται μικρό και ο κόμβος A στέλνει απλά ένα “αναγνωριστικό bit” στον B , καλώντας τον B να υπολογίσει και αυτός με προεκβολή Lagrange την εκτιμώμενη τιμή PC_i' της i -στής κύριας συνιστώσας. Όμως, αν ισχύει: $\Delta_{Lagr} > LagrThr$, τότε το σφάλμα της προβλεπόμενης τιμής PC_i' θεωρείται μεγάλο και ο κόμβος A στέλνει την πραγματική τιμή PC_i της i -στής κύριας συνιστώσας στον κόμβο B . Στην τελευταία περίπτωση, μόνο ο κόμβος A πραγματοποιεί προεκβολή Lagrange, και

ο κόμβος B δεν χρειάζεται να πραγματοποιήσει προεκβολή Lagrange.

Στο σημείο αυτό, πρέπει να επισημάνουμε το εξής. Όπως προκύπτει από την παραπάνω περιγραφή, ο κόμβος A και ο κόμβος B , πραγματοποιώντας προεκβολή Lagrange, πρέπει να υπολογίζουν την ίδια τιμή PCi' για τη δεδομένη i -στή κύρια συνιστώσα. Όταν ο πομπός A ελέγχει με βάση το κατώφλι $LagrThr$ αν θα στείλει ή όχι την πραγματική τιμή, θεωρεί ότι ο δέκτης B υπολογίζει την ίδια τιμή PCi' για την i -στή κύρια συνιστώσα με αυτόν. Επομένως, το σφάλμα Δ_{Lagr} στην πραγματικότητα αφορά το σφάλμα στην εκτίμηση στον δέκτη. Αλλιώς, αν το σφάλμα Δ_{Lagr} αφορούσε τον πομπό, τότε δεν θα είχε κανένα νόημα, γιατί αυτό που ενδιαφέρει στο σύστημα είναι να φτάνει στον δέκτη όσο το δυνατό πιο αναλλοίωτη πληροφορία, ανεξαρτήτως για το τι συμβαίνει στον πομπό. Αν ο κόμβος A και ο κόμβος B υπολόγιζαν διαφορετική τιμή για τη δεδομένη i -στή κύρια συνιστώσα, τότε η σύγκριση με το $LagrThr$ θα αφορούσε την τιμή PCi' που υπολογίζει ο πομπός A . Τότε στην περίπτωση αυτή, θα υπήρχε ο κίνδυνος να πραγματοποιηθούν ανεπιθύμητα σενάρια όπως το εξής:

ο πομπός A να υπολογίσει $\Delta_{Lagr} \leq LagrThr$ βασιζόμενος στο δικό του υπολογισμό PCi' , αλλά όμως στην πραγματικότητα ο δέκτης B να έχει υπολογίσει με προεκβολή Lagrange μία διαφορετική τιμή PCi'' για την i -στή κύρια συνιστώσα η οποία να δίνει: $\Delta_{Lagr} > LagrThr$. Τότε, στην περίπτωση αυτή, η εκτίμηση για το σφάλμα στον κόμβο A θα ήταν παραπλανητική, αφού στην πραγματικότητα το σφάλμα της εκτιμώμενης PCi'' στον κόμβο B θα ήταν μεγάλο.

Επομένως, πρέπει και ο κόμβος A αλλά και ο κόμβος B να υπολογίζουν με προεκβολή Lagrange την ίδια τιμή PCi' για την i -στή κύρια συνιστώσα. Για να συμβαίνει αυτό, αν κάθε κόμβος χρειάζεται, για να υπολογίσει με προεκβολή Lagrange μία κύρια συνιστώσα, I_1 παλαιότερες τιμές της συνιστώσας αυτής, τότε οι και οι δύο κόμβοι πρέπει να έχουν τις ίδιες I_1 παλαιότερες τιμές. Όμως, φαινομενικά, αυτό φαίνεται να μην μπορεί να συμβαίνει, αφού μόνο ο πομπός A μπορεί να γνωρίζει πάντα όλες τις πραγματικές παλαιότερες τιμές της i -στής κύριας συνιστώσας, όπως ακριβώς είχαν υπολογιστεί από την PCA διαδικασία. Από την άλλη, οι παλαιότερες τιμές για την i -στή κύρια συνιστώσα που έχει ο κόμβος B στη μνήμη του δεν αντιστοιχούν όλες στις πραγματικές τιμές που υπολόγισε ο πομπός A κατά την PCA διαδικασία, αλλά ο κόμβος B γνωρίζει τις πραγματικές τιμές μόνο όσων παλαιότερων τιμών της i -στής κύριας συνιστώσας στάλθηκαν στον πομπό όπως ακριβώς είναι. Συνεπώς, στον κόμβο B , από τις I_1 παλαιότερες τιμές της i -στής κύριας συνιστώσας, ενδέχεται να υπάρχουν και τιμές για τις οποίες ο πομπός A είχε στείλει “αναγνωριστικό bit”, και επομένως οι τιμές αυτές δεν ήταν οι πραγματικές, αλλά είχαν προκύψει από προεκβολή Lagrange. Επομένως, ο δέκτης ενδέχεται να έχει

διαφορετικές παλαιότερες τιμές από τον πομπό για τις κύριες συνιστώσες, και αυτό, όπως είπαμε, είναι ανεπιθύμητο. Για να έχουν και ο κόμβος A και ο κόμβος B τις ίδιες παλαιότερες τιμές για τις κύριες συνιστώσες, το σύστημα φροντίζει ώστε οι I_1 τιμές που κρατάει ο κόμβος A στη μνήμη του για την πρόβλεψη με προεκβολή Lagrange της i -στής κύριας συνιστώσας να είναι ακριβώς ίδιες με την αντίστοιχη μνήμη του κόμβου B . Δηλαδή, κάθε φορά που ο κόμβος A αποφασίζει να στείλει στον B ένα “αναγνωριστικό bit”, ο κόμβος A αποθηκεύει στη μνήμη του για τις παλαιότερες τιμές της i -στής κύριας συνιστώσας την τιμή PCi που προβλέπει με προεκβολή Lagrange, η οποία θα είναι ακριβώς ίδια με την τιμή που θα αποθηκεύσει αντιστοίχως ο κόμβος B . Αν ο κόμβος A αποφασίσει να στείλει στον B την πραγματική τιμή PCi της i -στής κύριας συνιστώσας, τότε και οι δύο κόμβοι θα αποθηκεύσουν την τιμή PCi στη μνήμη τους για τις παλαιότερες τιμές της i -στής κύριας συνιστώσας. Έτσι, με αυτόν τον τρόπο, εξασφαλίζεται ότι και ο κόμβος A και ο κόμβος B θα υπολογίζουν τη δεδομένη στιγμή την ίδια τιμή PCi για την i -στή συνιστώσα με προεκβολή Lagrange. Και έτσι το σφάλμα των εκτιμώμενων τιμών των κύριων συνιστωσών στον δέκτη μπορεί να εκτιμηθεί και να ελεγχθεί από τον πομπό. Επίσης, λόγω του ότι οι παλαιότερες τιμές πιθανό να είναι αλλοιωμένες, οι προβλέψεις της προεκβολής Lagrange είναι περισσότερο πιθανό να έχουν μεγαλύτερα σφάλματα και να ξεπερνούν συχνότερα το κατώφλι $LagrThr$. Όμως, ο πομπός, γνωρίζοντας και τις πραγματικές τιμές των κύριων συνιστωσών, και προβλέποντας τις ίδιες τιμές με τον δέκτη, μπορεί να κάνει σωστές εκτιμήσεις για το σφάλμα της πρόβλεψης με προεκβολή Lagrange στον δέκτη.

Τέλος, αναφέρουμε ότι όταν στέλνεται “αναγνωριστικό bit” αντι για μία πραγματική τιμή PCi , τότε η ισχύς που εξοικονομείται από την εκπομπή και λήψη, αναμένεται να υπερτερεί σημαντικά από την επιπρόσθετη υπολογιστική ισχύ σε πομπό και δέκτη λόγω προεκβολής Lagrange. Όμως, αν δεν στέλνεται “αναγνωριστικό bit” αλλά η πραγματική τιμή PCi , τότε υπάρχει επιβάρυνση στην καταναλωμένη ισχύ λόγω πραγματοποίησης προεκβολής lagrange στον πομπό. Επίσης, αν τελικά στέλνονται πολλά “αναγνωριστικά bits” στο σύστημα, είναι πιθανό η συνολική ισχύς που εξοικονομείται από την εκπομπή και λήψη να υπερτερεί της επιπρόσθετης υπολογιστικής ισχύος. Αν όμως στέλνονται γενικά λίγα “αναγνωριστικά bits” στο σύστημα, τότε η επιπρόσθετη συνολική υπολογιστική ισχύς φαίνεται να είναι μεγάλη, και δεν είναι εύκολο να γνωρίζουμε εκ των προτέρων αν θα υπερτερεί ή όχι της συνολικής μείωσης της ισχύος λόγω λιγότερων εκπομπών και λήψεων. Αλλά, ακόμα και αν υπάρχει μικρή συνολική μείωση στην καταναλωμένη ισχύ, δεν είναι εκ των προτέρων γνωστό το αν αξίζει να εμφανιστεί ένα συγκεκριμένο σφάλμα στον δέκτη για μία μικρή μείωση στην ισχύ. Επομένως, ο βαθμός που η διαδικασία προεκβολής Lagrange

ωφελεί ή όχι την αποδοτικότητα του συστήματος θα διερευνηθεί πειραματικά με προσομοιώσεις.

4.2 Σενάρια λειτουργίας

Το σύστημα συμπίεσης δεδομένων που προτείνεται θα μπορούσε να εφαρμοστεί σε πολλές και διαφορετικές περιπτώσεις όπου μεταδίδεται πληροφορία πλαισίου, και όχι μόνο. Για να γίνει πιο κατανοητή η μελέτη, αποφασίστηκε να μελετηθεί μία απλοποιημένη λειτουργία του συστήματος, όπου ένας πομπός στέλνει πληροφορία σε έναν δέκτη. Η διαδικασία εκπομπής και συμπίεσης της πληροφορίας κατηγοριοποιείται σε 3 διαφορετικά σενάρια, τα οποία θα περιγράψουμε παρακάτω. Τα συμπεράσματα για τη λειτουργία του απλοποιημένου συστήματος θα μπορούσαν να επεκταθούν και για ένα γενικότερο και με περισσότερους κόμβους σύστημα, που λειτουργεί με παρόμοια φιλοσοφία.

Θα μελετήσουμε ξεχωριστά τρία σενάρια εκπομπής δεδομένων ανάμεσα σε δύο κόμβους A και B : το Σενάριο 1, Σενάριο 2 και το Σενάριο 3.

Για ευκολία, σε κάθε σενάριο, αρχικά θα μελετήσουμε την περίπτωση όπου ο A κάνει μόνο PCA, και όχι Lagrange Extrapolation. Σε κάθε σενάριο, θα υπάρχει και η δεύτερη περίπτωση, όπου θα πραγματοποιείται και PCA και Lagrange Extrapolation.

4.2.1 Σενάριο 1

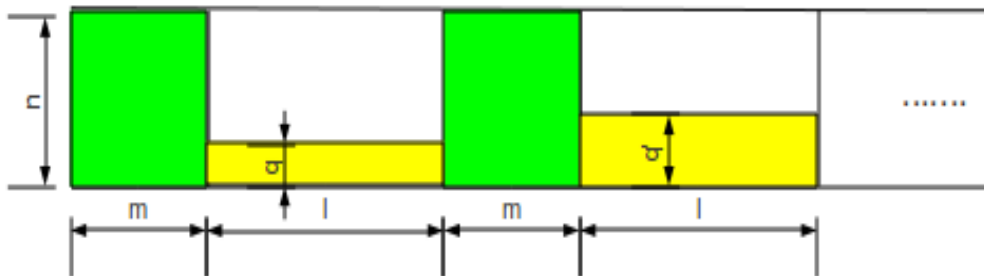
4.2.1.1 1η περίπτωση: Ο A πραγματοποιεί μόνο PCA

Υποθέτουμε ότι ο A πραγματοποιεί μόνο PCA πριν στείλει μία μέτρηση στον B . Υποθέτουμε ένα απλοποιημένο σενάριο που λειτουργεί με τον εξής τρόπο.

Στην αρχή, ο A στέλνει στον B κάθε μία μέτρηση όπως ακριβώς είναι, χωρίς να εφαρμόσει PCA σε αυτήν, στέλνοντας και τις n μεταβλητές της. Αυτό το επαναλαμβάνει για τις m πρώτες μετρήσεις. Αφού στείλει και τις m μετρήσεις ακέραιες, στη συνέχεια, τις επόμενες l μετρήσεις τις στέλνει αφού πρώτα τις συμπιέζει εφαρμόζοντας σε αυτές PCA. Ο λόγος για τον οποίον οι πρώτες m μετρήσεις στάλθηκαν χωρίς να συμπιεστούν είναι ότι ο κόμβος A πρέπει να συλλέξει έναν αριθμό από "ιστορικές" μετρήσεις, από τις οποίες θα προκύψει ο πίνακας συσχέτισης και κατ' επέκταση ο πίνακας συντελεστών για τους Principal Components (PCs). Έτσι, από τις m πρώτες μετρήσεις προκύπτουν οι

συντελεστές για q PCs, όπου $q \leq n$. Οι l μετρήσεις που ακολουθούν στέλνονται αφού πρώτα συμπεστούν με βάση τους συντελεστές που προκύπτουν από τις m πρώτες μετρήσεις. Έτσι, η κάθε μία από τις l μετρήσεις που στέλνονται και ακολουθούν τις πρώτες m , περιλαμβάνει q PCs.

Μετά την αποστολή των l μετρήσεων, οι m μετρήσεις που ακολουθούν στέλνονται ακέραιες, και αποτελούν “ιστορικές” μετρήσεις για νέα PCA, που υποδεικνύει q' PCs, και οι νέες l μετρήσεις που ακολουθούν στέλνονται περιλαμβάνοντας η κάθε μία q' PCs. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται περιοδικά, με περίοδο $m+l$. Το απλοποιημένο αυτό σενάριο φαίνεται στο ΣΧΗΜΑ 10.



ΣΧΗΜΑ 10: Το Σενάριο 1 όταν πραγματοποιεί μόνο PCA

Ο B δέχεται τις πρώτες m μετρήσεις κάθε περιόδου ασυμπιεστές, στις πραγματικές τους συντεταγμένες. Αυτό σημαίνει ότι ο B μπορεί να πραγματοποιεί από μόνος του PCA χρησιμοποιώντας τον πίνακα συσχέτισης των m πρώτων μετρήσεων κάθε μίας περιόδου. Επομένως, ο κόμβος A δεν χρειάζεται να στείλει στον B τον $n \times q$ πίνακα συμπίεσης/αποσυμπίεσης των PCs $coeff$, αφού ο B μπορεί να υπολογίσει από μόνος του τον πίνακα αυτόν. Επομένως, ο B υπολογίζει μόνος του τον πίνακα $coeff$, τον οποίον χρησιμοποιεί για την αποσυμπύεση της πληροφορίας που λαμβάνει.

4.2.1.2 2η περίπτωση: Ο A πραγματοποιεί PCA και Lagrange Extrapolation

Υποθέτουμε ότι ο A πραγματοποιεί PCA αλλά και Lagrange Extrapolation στις κύριες

συνιστώσες. Υιοθετούμε το απλοποιημένο σενάριο που περιγράψαμε πριν, αλλάζοντάς το σε κάποιο σημείο. Όπως πριν, σε μία περίοδο $(m+1)$ μετρήσεων, οι πρώτες m μετρήσεις στέλνονται ακέραιες ως έχουν, και αποτελούν τις “ιστορικές” μετρήσεις για την εξαγωγή ενός πίνακα συντελεστών για q σε αριθμό PCs. Στις υπόλοιπες 1 μετρήσεις εφαρμόζεται συμπίεση και μετατρέπονται στις q συνιστώσες τους. Η διαφορά με πριν είναι ότι επιχειρείται και επιπλέον μείωση της εκπομπής, εφαρμόζοντας Lagrange Extrapolation με τον εξής τρόπο.

Από το σύνολο των l_1 μετρήσεων, οι πρώτες l_1 μετρήσεις στέλνονται με τους q PCs τους, όπως ακριβώς υπολογίστηκαν από την PCA. Οι l_1 αυτές διανυσματικές τιμές από PCs αποτελούν την απαραίτητη “ιστορία” για να μπορέσουν να κατασκευαστούν πολυώνυμα Lagrange για κάθε έναν από τους q PCs. Έτσι, χρησιμοποιώντας τα αντίστοιχα πολυώνυμα Lagrange ξεχωριστά, κάνουμε extrapolation και προβλέπουμε την τιμή για κάθε έναν από τους q PCs της μέτρησης που ακολουθείται αμέσως μετά το σύνολο των l_1 μετρήσεων.

Στη συνέχεια, το σύνολο των l_1 “ιστορικών” PCA μετρήσεων ολισθαίνει κατά μία θέση. Δηλαδή, τα διανύσματα από PCs που αντιστοιχούν στις μετρήσεις του συνόλου l_1 από 2 ως l_1+1 χρησιμοποιούνται ως “ιστορία” για την κατασκευή q πολυώνυμων προεκβολής, τα οποία χρησιμοποιούνται ξεχωριστά για την πρόβλεψη των q PCs της l_1+2 σε σειρά μέτρησης.

Ομοίως, στη συνέχεια, το σύνολο των l_1 “ιστορικών” PCs ολισθαίνει κατά μία θέση. Δηλαδή, τα διανύσματα από PCs που αντιστοιχούν στις μετρήσεις του συνόλου l_1 από 3 ως l_1+2 χρησιμοποιούνται ως “ιστορία” για την κατασκευή q πολυώνυμων προεκβολής, τα οποία χρησιμοποιούνται ξεχωριστά για την πρόβλεψη των q PCs της l_1+3 σε σειρά μέτρησης.

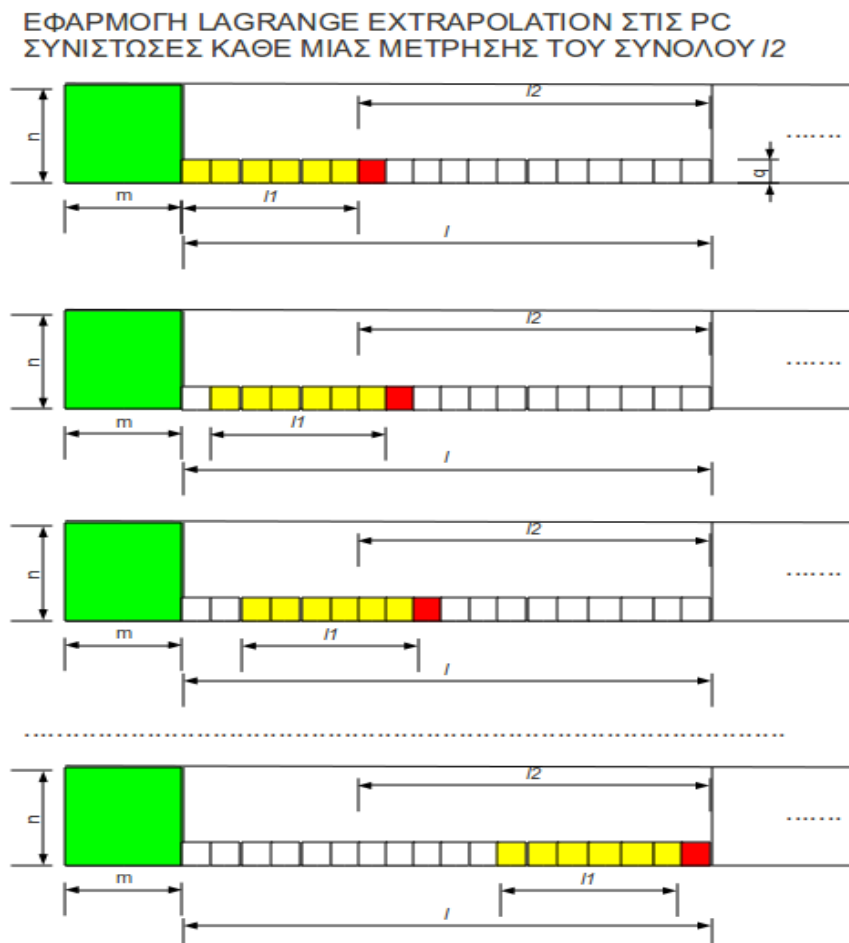
Η διαδικασία αυτή ολίσθησης επαναλαμβάνεται συνεχώς, μέχρι να προβλεφθούν οι PCs και της τελευταίας μέτρησης του συνόλου l_1 .

Κάθε φορά που γίνεται Lagrange Extrapolation και προβλέπεται ένας PC, ο κόμβος A ελέγχει το σφάλμα της πρόβλεψης σε σχέση με τον πραγματικό υπολογισμό του PC αυτού. Έτσι, ο A έχει δύο επιλογές. Αν το σφάλμα είναι μεγαλύτερο από ένα κατώφλι, τότε στέλνει στον B την πραγματική τιμή του PC. Αν το σφάλμα είναι μικρότερο ή ίσο από το κατώφλι, ο A στέλνει ένα “αναγνωριστικό bit” στον κόμβο B , και με αυτόν τον τρόπο ειδοποιεί τον B να υπολογίσει μόνος του τον PC, χρησιμοποιώντας ως “ιστορία” για να δημιουργήσει τα πολυώνυμα Lagrange τις αμέσως l_1 προηγούμενες τιμές που γνωρίζει για τον PC αυτόν.

Η διαδικασία ολίσθησης του συνόλου των l_1 μετρήσεων για την πρόβλεψη των PCs των

μετρήσεων του συνόλου I_2 , απεικονίζεται στο ΣΧΗΜΑ 11. Με κίτρινο χρώμα αναπαριστώνται οι μετρήσεις που χρησιμεύουν ως "ιστορία", ενώ με κόκκινο χρώμα αντιπροσωπεύεται η μέτρηση για την οποία θα γίνει η πρόβλεψη.

Το αποτέλεσμα του σεναρίου αυτού είναι να στέλνεται τελικά μικρότερος αριθμός τιμών. Αυτό, γιατί για κάθε μέτρηση που αντιστοιχεί στο διάστημα I_2 , δεν στέλνονται πλέον υποχρεωτικά και οι q PCs, αλλά, ανάλογα με το αν το σφάλμα της Lagrange Extrapolation είναι πάνω ή κάτω από το κατώφλι, υπάρχει η δυνατότητα να σταλούν λιγότερα PCs.



ΣΧΗΜΑ 11: Η ολίσθηση των "ιστορικών" μετρήσεων για την πραγματοποίηση προεκβολής Lagrange στο σύστημα

Για παράδειγμα, αν είναι $q=3$, και για τους δύο από τους τρεις PCs μιας μέτρησης η Lagrange Extrapolation πρόβλεψη είναι ανεκτή δίνοντας σφάλμα κάτω από το κατώφλι, τότε αντί για τη μέτρηση αυτή στέλνεται μόνο 1 PC, και επιπλέον 2 "αναγνωριστικά bits". Στη συνέχεια, για λόγους ευκολίας, τα αναγνωριστικά bits δεν θα τα λαμβάνουμε υπόψη στους υπολογισμούς μας. Επομένως, αντί για $q=3$ τιμές, θα σταλεί μόνο 1 τιμή, συν τα 2 αναγνωριστικά bits, τα οποία όπως είπαμε θα τα αγνοήσουμε.

Επομένως, με τη χρήση της Lagrange Extrapolation πραγματοποιείται μείωση στην εκπομπή τιμών, χωρίς να υπάρχει καμία άλλη επιβάρυνση εκπομπής λόγω αποστολής κάποιου πίνακα ή λόγω κάποιου άλλου λόγου. Έτσι, με τη χρήση της Lagrange Extrapolation έχουμε μόνο μείωση της εκπομπής, χωρίς κανένα άλλο φόβο για αύξηση της εκπομπής. Το αντίτιμο όμως στην μείωση της εκπομπής τιμών είναι η πιθανή αύξηση στο σφάλμα, λόγω αλλοίωσης των πραγματικών τιμών μερικών από τους PCs. Επίσης, πρέπει να σημειωθεί ότι με την Lagrange Extrapolation αυξάνεται η υπολογιστική ισχύς.

Στο ΣΧΗΜΑ 12 οπτικοποιείται η ελάττωση στην εκπομπή τιμών σε μία περίοδο μετρήσεων ($m+1$), σε μία ενδιάμεση περίπτωση, αλλά και σε δύο ακραίες περιπτώσεις.

Στην ενδιάμεση περίπτωση, ο κόμβος A στέλνει:

$m.n + l_1.q + \alpha.(l_2.q)$ τιμές. Η σταθερά α , με $0 \leq \alpha \leq 1$, εκφράζει ότι, από εκεί που θα στέλνονταν $l_2.q$ τιμές αν λαμβάναμε υπόψη μόνο την PCA, τώρα που γίνεται και Lagrange Extrapolation, στέλνονται $\alpha.(l_2.q)$ τιμές. Επομένως υπάρχει μείωση εκπομπής.

Αν ισχύει $\alpha=0$ τότε επιτυγχάνεται η μέγιστη δυνατή ελάττωση εκπομπής τιμών, και τότε βρισκόμαστε στη βέλτιστη περίπτωση.

Αν ισχύει $\alpha=1$, τότε η μείωση εκπομπής λόγω Lagrange Extrapolation είναι μηδενική, και τότε βρισκόμαστε στη χειρίστη περίπτωση. Όμως, η περίπτωση αυτή είναι ακριβώς η ίδια με την περίπτωση όπου λαμβανόταν υπόψη μόνο PCA.

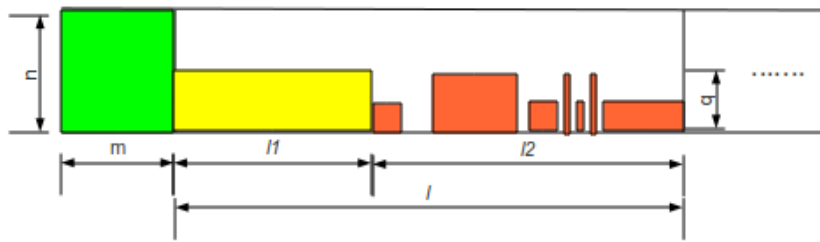
4.2.1.3 Παραλλαγή Σεναρίου 1

Η παραλλαγή του Σεναρίου 1 είναι η εξής:

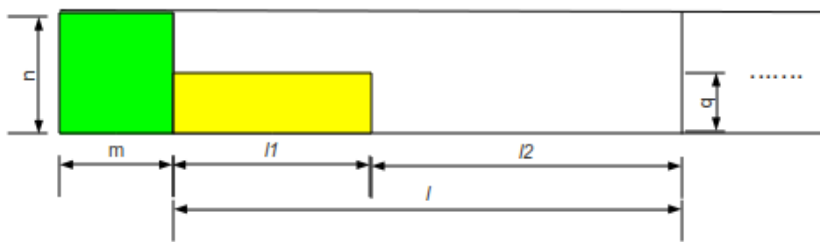
ο κόμβος B δεν υπολογίζει μόνος του τον πίνακα *coeff* που απαιτείται για την αποσυμπύεση των μετρήσεων. Ο πίνακας *coeff* στέλνεται από τον κόμβο A σε κάθε περίοδο χρήσης του πίνακα αυτού. Επομένως, ο κόμβος B λαμβάνει κάθε φορά τον νέο πίνακα *coeff* που υπολογίζει ο A .

Όμως, η παραλλαγή αυτή του Σεναρίου 1 δεν είναι καθόλου αποδοτική. Στέλνεται περιοδικά ο πίνακας *coeff*, ενώ θα μπορούσε να υπολογιστεί από τον κόμβο B . Όπως όμως έχουμε πει, η αποστολή και η λήψη δεδομένων καταναλώνει σαφώς μεγαλύτερη ισχύ από ότι οι υπολογισμοί μιας μεθόδου. Επομένως, η παραλλαγή αυτή του Σεναρίου 1 απορρίπτεται για χρήση. Όμως, αναφέρεται, γιατί είναι πολύ καλή για εκπαιδευτικούς λόγους, γιατί μας βοηθάει να κατανοήσουμε καλύτερα τη λειτουργία του συστήματος. Και μόνο για αυτόν το λόγο θα αναφερθεί στη συνέχεια.

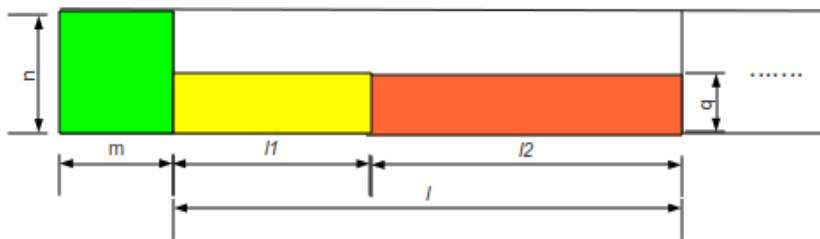
ΣΕΝΑΡΙΟ ΜΕ PCA ΚΑΙ LAGRANGE EXTRAPOLATION



Α. ΕΝΔΙΑΜΕΣΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ



Β. ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ



Γ. ΧΕΙΡΙΣΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ

ΣΧΗΜΑ 12: Περιπτώσεις ελάττωσης της εκπομπής τιμών λόγω πραγματοποίησης προεκβολής Lagrange στο σύστημα

4.2.2 Σενάριο 2

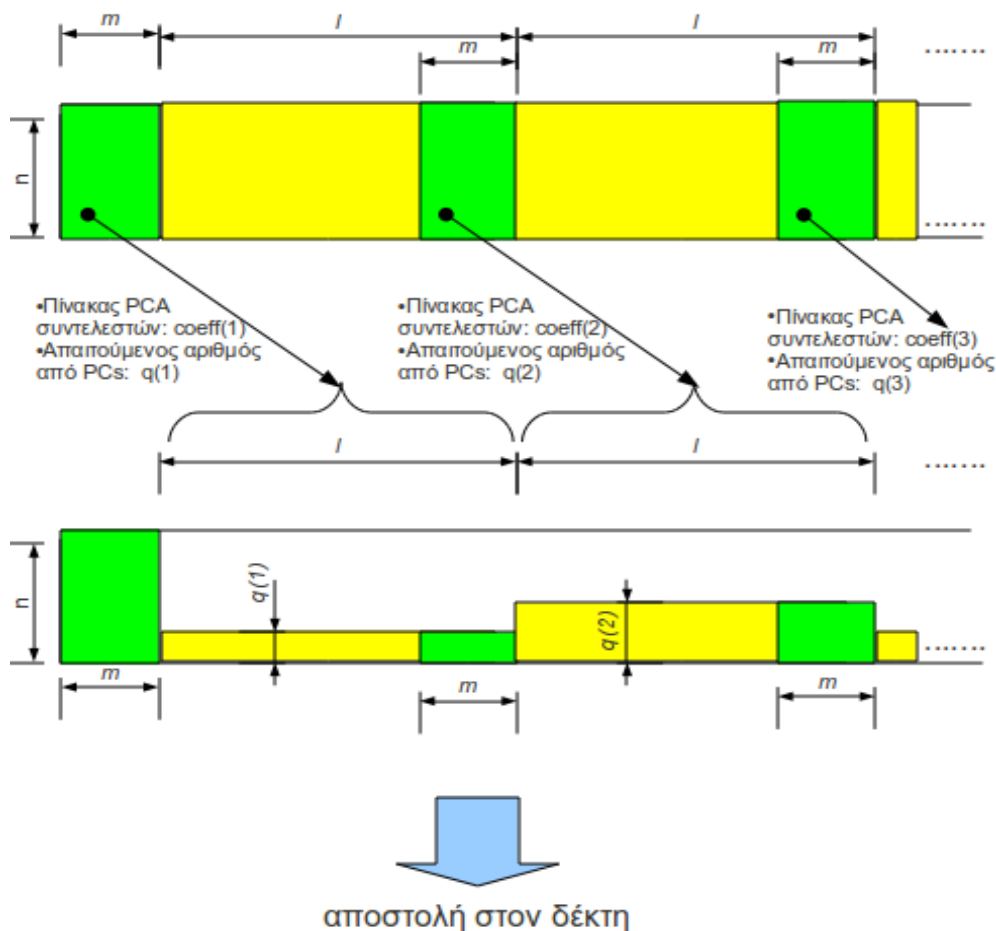
4.2.2.1 1η περίπτωση: Ο A πραγματοποιεί μόνο PCA

Το Σενάριο 2 μοιάζει πολύ με το Σενάριο 1, με μία μόνο διαφορά. Σε κάθε μία περίοδο l μετρήσεων, οι τελευταίες m μετρήσεις δεν στέλνονται στον δέκτη ακέραιες σε πραγματικές συντεταγμένες, αλλά στέλνονται συμπιεσμένες σε PCs. Όπως και στο Σενάριο 1, οι m αυτές μετρήσεις χρησιμοποιούνται για την παραγωγή ενός πίνακα PCA συντελεστών, ο οποίος στέλνεται στον δέκτη.

Πιο λεπτομερώς, το Σενάριο 2 λειτουργεί ως εξής. Στην αρχή, ο A στέλνει στον B κάθε μία μέτρηση όπως ακριβώς είναι, χωρίς να εφαρμόσει PCA σε αυτήν, στέλνοντας και τις n μεταβλητές της. Αυτό το επαναλαμβάνει για τις m πρώτες μετρήσεις. Αφού στείλει και τις m μετρήσεις ακέραιες, στη συνέχεια, τις επόμενες l μετρήσεις τις στέλνει αφού πρώτα τις συμπιέζει. Ο λόγος για τον οποίον οι πρώτες m μετρήσεις στάλθηκαν χωρίς να συμπιεστούν είναι ότι ο κόμβος A πρέπει να συλλέξει έναν αριθμό από “ιστορικές” μετρήσεις, από τις οποίες θα προκύψει ένας πίνακας συντελεστών για q PCs. Οι l μετρήσεις που ακολουθούν συμπιέζονται σε PCs με βάση τους συντελεστές που προκύπτουν από τις m πρώτες μετρήσεις. Έτσι, η κάθε μία από τις l μετρήσεις που στέλνονται και ακολουθούν τις πρώτες m , περιλαμβάνει q PCs. Από τις l αυτές μετρήσεις, οι τελευταίες m μετρήσεις χρησιμοποιούνται για την παραγωγή ενός νέου πίνακα συντελεστών για q' PCs. Ο νέος πίνακας PCA συντελεστών αποστέλλεται στον δέκτη και χρησιμεύει για την συμπύεση των επόμενων l μετρήσεων σε q' PCs. Από τις επόμενες l μετρήσεις, οι τελευταίες m χρησιμοποιούνται για την παραγωγή νέου πίνακα PCA συντελεστών, ο οποίος αποστέλλεται στον δέκτη.

Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται περιοδικά, με περίοδο l . Το σενάριο αυτό φαίνεται στο ΣΧΗΜΑ 13.

ΠΟΜΠΟΣ:



ΣΧΗΜΑ 13: Οι συμπιέσεις του πομπού κατά την εφαρμογή του Σεναρίου 2 χωρίς προεκβολή Lagrange

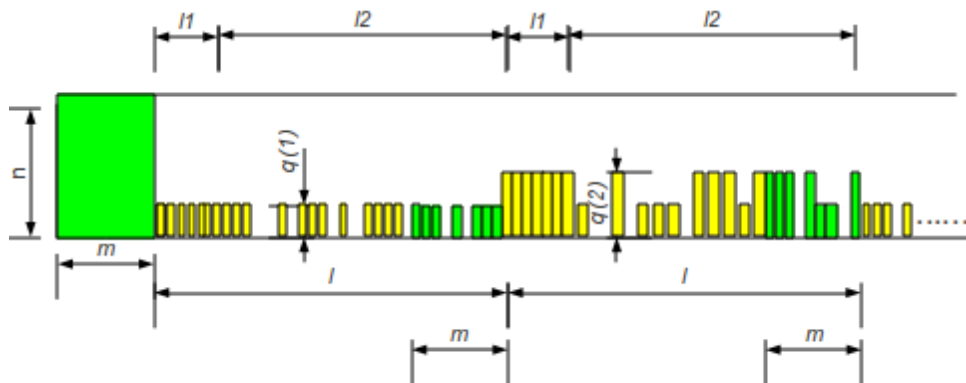
4.2.2.2 2η περίπτωση: Ο A πραγματοποιεί PCA και Lagrange Extrapolation

Όταν ο A πραγματοποιεί και PCA και Lagrange Extrapolation, το Σενάριο 2 λειτουργεί ακριβώς όπως η περίπτωση όπου το Σενάριο 2 πραγματοποιεί μόνο PCA. Η μόνη διαφορά είναι η εξής.

Σε κάθε ομάδα l μετρήσεων, οι l αυτές μετρήσεις χωρίζονται σε δύο ομάδες. Οι πρώτες l_1 μετρήσεις από τις l της ομάδας συμπιέζονται απλά σε PCs πριν αποσταλούν, ενώ για τις υπόλοιπες l_2 μετρήσεις πραγματοποιείται και PCA συμπύεση και Lagrange Extrapolation. Πιο συγκεκριμένα, για κάθε μία από τις l_2 αυτές μετρήσεις πραγματοποιείται η εξής διαδικασία. Η μέτρηση αυτή αρχικά συμπιέζεται σε q PCs. Στη συνέχεια, κάθε ένας από τους q PCs της μέτρησης αυτής προβλέπεται με Lagrange Extrapolation. Για την πρόβλεψη του κάθε ενός αυτού PC χρησιμοποιούνται ως “ιστορικές”

τιμές για τον σχηματισμό πολυωνύμων Lagrange οι προηγούμενες l_2 τιμές του αντίστοιχου PC. Αν η προβλεπόμενη τιμή για έναν PC διαφέρει από την πραγματική τιμή του PC αυτού περισσότερο από ένα κατώφλι, τότε ο PC αυτός αποστέλλεται κανονικά στον δέκτη. Αν όμως η προβλεπόμενη τιμή για έναν PC διαφέρει από την πραγματική τιμή του PC αυτού λιγότερο (ή είναι ίση) από ένα κατώφλι, τότε ο PC αυτός δεν αποστέλλεται αλλά αποστέλλεται ένα “αναγνωριστικό bit” αντί αυτού. Το “αναγνωριστικό bit” ειδοποιεί τον δέκτη να υπολογίσει την τιμή του PC αυτού με Lagrange Extrapolation. Το κέρδος από τον Lagrange Extrapolation υπολογισμό αντί της εκπομπής του PC είναι ότι εξοικονομείται ισχύς μπαταρίας στον πομπό και δέκτη, αφού αντί της αποστολής και λήψης μιας τιμής αριθμού (4ων bytes συνήθως), αποστέλλεται 1 μόνο bit. Η επιπρόσθετη κατανάλωση ισχύος λόγω PCA και Lagrange Extrapolation υπολογισμών συνήθως είναι πολύ μικρότερη από ότι η εκπομπή ή η λήψη σήματος. Όμως, το αν τελικά υπάρξει μείωση ή όχι στην συνολική καταναλωμένη ισχύ θα διερευνηθεί πειραματικά.

Στο ΣΧΗΜΑ 14 απεικονίζεται η διαδικασία εκπομπής τιμών της δεύτερης περίπτωσης του Σεναρίου 2 στον πομπό. Τα κενά στους PCs συμβολίζουν την εκπομπή “αναγνωριστικών bits” αντί αυτών.



ΣΧΗΜΑ 14: Οι συμπίεσεις του πομπού κατά την εφαρμογή του Σεναρίου 2 με προεκβολή Lagrange

4.2.3 Σενάριο 3

4.2.3.1 1η περίπτωση: Ο A πραγματοποιεί μόνο PCA

Το Σενάριο 3, όταν πραγματοποιείται μόνο PCA, λειτουργεί ως εξής:

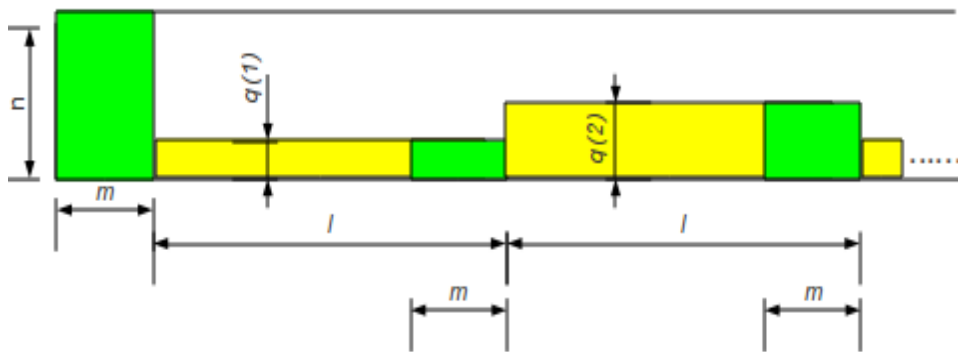
Στην αρχή, και μόνο στην αρχή, ο A στέλνει στον B τις πρώτες m μετρήσεις ασυμπύεστες, σε πραγματικές συντεταγμένες. Αυτό το κάνει γιατί πρέπει να συλλέξει έναν αριθμό από “ιστορικές” μετρήσεις, από τον πίνακα συσχέτισης των οποίων θα παράξει PCA συντελεστές. Τις επόμενες l μετρήσεις ο A θα τις συμπίεσει σε PCs με βάση τους PCA συντελεστές που υπολόγισε από τις πρώτες m μετρήσεις. Ο δέκτης B έχει και αυτός υπολογίσει τους ίδιους PCA συντελεστές με τον A , και αποσυμπιέζει τις l συμπίεσμένες μετρήσεις που λαμβάνει. Έτσι, με αυτόν τον τρόπο, στέλνεται η πρώτη ομάδα l συμπίεσμένων μετρήσεων. Ο πομπός και ο δέκτης χρησιμοποιούν τις τελευταίες m μετρήσεις από το σύνολο των l μετρήσεων για να εφαρμόσουν νέα διαδικασία PCA. Έτσι, ο A υπολογίζει νέους PCA συντελεστές για να μπορεί να συμπίεζει σε PCs τις επόμενες l μετρήσεις που θα στείλει, ενώ ο B υπολογίζει νέους PCA συντελεστές για να μπορεί να αποσυμπιέζει τις επόμενες l μετρήσεις που θα λάβει.

Στη συνέχεια, ο πομπός στέλνει τη δεύτερη ομάδα από l μετρήσεις, αφού πρώτα τις συμπίεσει χρησιμοποιώντας τους PCA συντελεστές που αντιστοιχούν στις τελευταίες m μετρήσεις της προηγούμενης ομάδας των l μετρήσεων. Ο δέκτης, λαμβάνει τη δεύτερη ομάδα από l συμπίεσμένες μετρήσεις, και τις αναγεννά χρησιμοποιώντας τους PCA συντελεστές που αντιστοιχούν στις τελευταίες m μετρήσεις της προηγούμενης ομάδας των l μετρήσεων που έλαβε. Ο B , από το σύνολο της δεύτερης ομάδας από l μετρήσεις που αποσυμπιέσε σε πραγματικές συντεταγμένες, παίρνει τις τελευταίες m μετρήσεις και τις χρησιμοποιεί για την παραγωγή νέων PCA συντελεστών. Οι νέοι PCA συντελεστές χρησιμοποιούνται για την αναγέννηση της τρίτης ομάδας από l συμπίεσμένες μετρήσεις που θα λάβει. Ομοίως, και ο πομπός A χρησιμοποιεί τις τελευταίες m μετρήσεις του δεύτερου συνόλου από l μετρήσεις για την παραγωγή PCA συντελεστών που θα χρησιμοποιηθούν για την συμπίεση της επόμενης ομάδας από l μετρήσεις που θα στείλει.

Η ίδια διαδικασία επαναλαμβάνεται συνεχώς για κάθε μία ομάδα από l μετρήσεις που ακολουθεί. Η διαφορά του Σεναρίου 3 από το Σενάριο 1 είναι ότι ο κόμβος A δεν στέλνει περιοδικά m μετρήσεις ασυμπύεστες, σε πραγματικές συντεταγμένες, με σκοπό τον

υπολογισμό από τον B των PCA συντελεστών για την αποσυμπύεση της επόμενης ομάδας μετρήσεων. Στο Σενάριο 3, ο δέκτης υπολογίζει τους PCA συντελεστές για την αποσυμπύεση της επόμενης ομάδας που θα λάβει χρησιμοποιώντας m μετρήσεις σε PCs που τις αποσυμπύεζει σε πραγματικές συντεταγμένες, που περιέχουν κάποιο σφάλμα σε σχέση με τις πραγματικές μετρήσεις, και όχι τις πραγματικές m μετρήσεις του πομπού. Το Σενάριο 3 φαίνεται να μειώνει ακόμα περισσότερο την εκπομπή τιμών, λόγω αποφυγής της περιοδικής αποστολής $m \cdot n$ τιμών. Όμως, φαίνεται από την άλλη να αυξάνει και το σφάλμα στις τιμές που αναγεννιούνται στον δέκτη, λόγω του ότι οι PCA συντελεστές παράγονται όχι με τη βοήθεια πραγματικών m μετρήσεων αλλά με τη βοήθεια m μετρήσεων που έχουν αποσυμπιεστεί και επομένως περιέχουν σφάλμα.

Στο ΣΧΗΜΑ 15 απεικονίζεται η εκπομπή τιμών στον πομπό στο Σενάριο 3, όταν εφαρμόζεται μόνο PCA. Στο σχήμα αυτό βλέπουμε ότι η i -στή ομάδα από l μετρήσεις μετατρέπεται με μετρήσεις με $q(i)$ PCs. Επίσης, οι m τελευταίες PCA μετρήσεις της i -στής ομάδας, οι οποίες απεικονίζονται με πράσινο χρώμα, χρησιμοποιούνται, αφού πρώτα αποσυμπιεστούν στον δέκτη, για ένα νέο PCA που θα δώσει νέους PCA συντελεστές.



ΣΧΗΜΑ 15: Οι συμπιέσεις του πομπού κατά την εφαρμογή του Σεναρίου 3 χωρίς προεκβολή Lagrange

4.2.3.2 2η περίπτωση: Ο A πραγματοποιεί PCA και Lagrange Extrapolation

Όταν ο A πραγματοποιεί και PCA και Lagrange Extrapolation, το Σενάριο 3 μοιάζει αρκετά με την αντίστοιχη περίπτωση του Σεναρίου 1. Η διαδικασία αποστολής είναι όπως στην πρώτη περίπτωση του Σεναρίου 3, με τη μόνη διαφορά ότι οι PCs είναι δυνατό να προβλεφθούν με Lagrange Extrapolation.

Πιο συγκεκριμένα, η μόνη διαφορά της πρώτης περίπτωσης του Σεναρίου 3 με την

περίπτωση που μελετάμε τώρα, είναι ότι, σε κάθε μία ομάδα από l μετρήσεις, για τις τελευταίες l_2 μετρήσεις, αφού πρώτα υποστούν PCA, στη συνέχεια εφαρμόζεται Lagrange Extrapolation για κάθε έναν από τους PCs τους.

Για παράδειγμα, έστω ότι ασχολούμαστε με την i -στή ομάδα από l μετρήσεις. Ο πομπός A πραγματοποιεί PCA για τις πρώτες l_1 μετρήσεις του συνόλου των l , και τις στέλνει στον B όπως ακριβώς τις συμπύεσε σε PCs. Οι l_1 αυτές πρώτες μετρήσεις χρησιμεύουν ως “ιστορικές” μετρήσεις για την κατασκευή πολυώνυμων Lagrange, που αφορούν την πρόβλεψη των $q(i)$ PCs που αντιστοιχούν στη μέτρηση που ακολουθεί αμέσως μετά από το σύνολο των l_1 μετρήσεων. Συνεπώς, έχοντας τα πολυώνυμα Lagrange, γίνεται Lagrange Extrapolation και προβλέπεται κάθε ένας PC της (l_1+1) -στής μέτρησης του συνόλου των l μετρήσεων που μελετάμε. Αν το σφάλμα της πρόβλεψης ενός PC ξεπερνά ένα κατώφλι ανοχής, τότε ο PC στέλνεται όπως ακριβώς υπολογίστηκε από την PCA διαδικασία. Αν το σφάλμα της προβλεπόμενης τιμής του PC είναι ανεκτό, τότε ο A στέλνει στον B ένα “αναγνωριστικό bit”, καλώντας τον B να υπολογίσει ο ίδιος τον PC αυτόν, πραγματοποιώντας την ίδια Lagrange Extrapolation. Στη συνέχεια, το σύνολο των “ιστορικών” l_1 μετρήσεων για την πραγματοποίηση Lagrange Extrapolation ολισθαίνει κατά μία θέση προς τα δεξιά, με σκοπό την πραγματοποίηση Lagrange Extrapolation για την πρόβλεψη των PCs της (l_1+2) -στής μέτρησης του συνόλου των l μετρήσεων που μελετάμε. Και αυτό επαναλαμβάνεται μέχρι να προβλεφθούν οι PCs και της τελευταίας μέτρησης του συνόλου των l μετρήσεων, κρατώντας κάθε φορά ως “ιστορικές” μετρήσεις τους PCs των αμέσως l_1 μετρήσεων που προηγούνται της μέτρησης για την οποία γίνονται οι προβλέψεις.

Τέλος, πρέπει να αναφέρουμε ότι από το σύνολο των l μετρήσεων, οι οποίες στον δέκτη είναι συμπιεσμένες σε PCs και οι οποίες είναι δυνατό να περιλαμβάνουν και PCs υπολογισμένους με Lagrange Extrapolation, επιλέγονται οι m τελευταίες μετρήσεις, αποσυμπιέζονται, και χρησιμεύουν για τον υπολογισμό των PCA συντελεστών που θα αφορούν την επόμενη ομάδα από l μετρήσεις.

Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται για όλες τις ομάδες από l μετρήσεις.

4.2.3.3 Σφάλμα Σεναρίου 3

Το Σενάριο 3 είναι πιθανό να οδηγήσει σε μεγάλα και απρόβλεπτα σφάλματα. Όταν ο B αποσυμπιέζει τις μετρήσεις, τότε οι αποσυμπιεσμένες μετρήσεις συσχετίζονται με τον τρόπο που εμμέσως υποδεικνύει η PCA διαδικασία που πραγματοποιήθηκε αρχικά στον πομπό. Αν ο B χρησιμοποιήσει m από τις αποσυμπιεσμένες μετρήσεις για την

παραγωγή του νέου πίνακα *coeff*, τότε ο *coeff* θα “ενσωματώνει” με έμμεσο τρόπο τις ίδιες συσχετίσεις που είχαν οι αποσυμπιεσμένες μετρήσεις από τις οποίες προήλθε. Έτσι, και η νέα ομάδα αποσυμπιεσμένων μετρήσεων θα περιλαμβάνει μεταβλητές που συσχετίζονται με ίδιο με τον αρχικά εκτιμώμενο τρόπο. Αυτή η συνέχιση της ίδιου τρόπου συσχέτισης των μεταβλητών θα συνεχίζεται για όλη τη διάρκεια λειτουργίας του συστήματος.

Επομένως, στο Σενάριο 3, παρατηρούμε ότι λαμβάνεται υπόψη μόνο η συσχέτιση των δεδομένων που υπήρχε κατά την έναρξη λειτουργίας του σεναρίου, και με βάση τη συσχέτιση αυτή πραγματοποιούνται όλες οι συμπιέσεις και αποσυμπιέσεις σε όλη τη διάρκεια του σεναρίου. Επομένως, στο Σενάριο 3 χάνεται η επαφή με τις πραγματικές συσχετίσεις των μεταβλητών των πραγματικών μετρήσεων. Αν οι συσχετίσεις των πραγματικών μετρήσεων αλλάζουν, τότε το Σενάριο 3 αδυνατεί να αντιληφθεί τις αλλαγές, και αυτό οδηγεί σε τελείως απρόβλεπτα και ενδεχομένως μεγάλα σφάλματα. Συνεπώς, το Σενάριο 3 απορρίφθηκε. Αναφέρεται όμως για εκπαιδευτικούς λόγους, και για λόγους βαθύτερης κατανόησης του τρόπου λειτουργίας του συστήματος.

4.3 Ρύθμιση παραμέτρων συστήματος με σκοπό τη μείωση των εκπεμπόμενων τιμών

Σκοπός μας είναι να διερευνήσουμε κάτω υπό ποιες συνθήκες επιτυγχάνεται μείωση της εκπομπής δεδομένων, όταν το σύστημα εφαρμόζει τις μεθόδους PCA και Lagrange Extrapolation.

Η μείωση της εκπομπής τιμών είναι μία βασική επιδίωξη του συστήματος που προτείνεται. Όπως έχουμε αναφέρει, η εκπομπή και η λήψη πληροφορίας είναι σε μεγάλο βαθμό υπεύθυνη για την κατανάλωση ενέργειας. Συνεπώς, η μείωση των εκπεμπόμενων τιμών είναι ένας σημαντικός δείκτης αποδοτικότητας του συστήματος. Όμως, η επικέντρωση στη μείωση εκπεμπόμενων τιμών δεν αρκεί. Η κατανάλωση ενέργειας εξαρτάται και από υπολογιστικούς παράγοντες, αλλά επίσης η αποδοτικότητα του συστήματος εξαρτάται και από πολλούς άλλους παράγοντες, όπως το περιβάλλον, το σενάριο, η φύση των μετρήσεων, οι απαιτήσεις μας, αλλά και το σφάλμα ανακατασκευής στον δέκτη.

Επομένως, στην παράγραφο αυτή, βαθύτερος στόχος είναι όχι τόσο η μελέτη των κατάλληλων τιμών των παραμέτρων για ένα αποδοτικό σύστημα. Η μελέτη επικεντρώνεται περισσότερο στον εντοπισμό οριακών τιμών των παραμέτρων, και στη σύγκριση των διαφόρων σεναρίων, και των υποπεριπτώσεών τους, ως προς τη μείωση των

εκπεμπόμενων τιμών. Πιο διεξοδική και τεκμηριωμένη μελέτη σχετικά με την αποδοτικότητα του συστήματος θα γίνει αργότερα, μέσα από αναλυτικές προσομοιώσεις.

Βασικός στόχος της παραγράφου αυτής είναι μία πρώτη γνωριμία με τα σενάρια του συστήματος, και κυρίως με τον τρόπο μαθηματοποίησης των σεναρίων. Η εξοικείωση με τα μαθηματικά μοντέλα του συστήματος συνεισφέρει στην καλύτερη κατανόησή του. Επίσης, με τη μαθηματοποίηση του συστήματος, οι διάφορες παράμετροι που επηρεάζουν τη λειτουργία του συστήματος αντιπροσωπεύονται από μαθηματικές μεταβλητές, και έτσι μπορούν να μετρηθούν και να ρυθμιστούν καταλλήλως.

Θα μελετήσουμε ξεχωριστά τα τρία σενάρια εκπομπής δεδομένων ανάμεσα στους κόμβους A και B που αναφέραμε: το Σενάριο 1, Σενάριο 2 και το Σενάριο 3.

Για ευκολία, σε κάθε σενάριο, αρχικά θα μελετήσουμε την περίπτωση όπου ο A κάνει μόνο PCA, και όχι Lagrange Extrapolation, και μετά την περίπτωση όπου ο A κάνει και PCA και Lagrange Extrapolation. Επίσης, μελετώνται και οι παραλλαγές των σεναρίων. Παρακάτω, θα διερευνήσουμε τα σενάρια αυτά ως προς την επίδραση των μαθηματικών παραμέτρων στη μείωση ή αύξηση της εκπομπής τιμών.

Αναφέρεται ότι κατά την μελέτη που ακολουθεί στην ενότητα αυτή, για λόγους απλότητας και ευκολίας στις μαθηματικές πράξεις, δεν λαμβάνεται υπόψη το γεγονός ότι εκπέμπεται και το διάνυσμα $meanH$ όταν ο δέκτης δεν μπορεί να το υπολογίσει.

4.3.1 Παραλλαγή Σεναρίου 1

Στην παραλλαγή του Σεναρίου 1, η οποία όπως αναφέραμε, είναι μη αποδοτική, κόμβος B δεν υπολογίζει μόνος του τον πίνακα $coeff$ που απαιτείται για την αποσυμπύεση των μετρήσεων. Ο πίνακας $coeff$ στέλνεται από τον κόμβο A σε κάθε περίοδο χρήσης του πίνακα αυτού. Επομένως, ο κόμβος B λαμβάνει κάθε φορά τον νέο πίνακα $coeff$ που υπολογίζει ο A .

Εξετάζουμε 2 περιπτώσεις.

1η περίπτωση: Ο A πραγματοποιεί μόνο PCA

Για τη μελέτη που θα κάνουμε στη συνέχεια, υποθέτουμε ότι οι παράμετροι m , n είναι σταθερές, και ότι η παράμετρος q είναι σταθερή και έχει προκύψει από PCA που χρησιμοποιεί τον πίνακα συσχέτισης των m μετρήσεων που προηγούνται του συνόλου των l μετρήσεων. Επίσης, υποθέτουμε ότι $q < n$.

Ζητάμε να διερευνήσουμε πώς η παράμετρος l επηρεάζει τη μείωση της εκπεμπόμενης πληροφορίας από τον A στον B .

Σε μία περίοδο μετρήσεων $m+l$, αν ο A έστελνε στον B χωρίς να εφαρμόσει καθόλου PCA, τότε θα έστελνε συνολικά: $(m+l) \cdot n$ τιμές.

Αν όμως ο A στέλνει στον B τις l μετρήσεις της περιόδου εφαρμόζοντας PCA σε αυτές, τότε στην περίοδο στέλνει: $(m \cdot n) + (l \cdot q)$ τιμές. Όμως, για να μπορέσει ο B να ανασυνθέσει τις μετρήσεις που έχουν συμπιεστεί σε PCs στις αρχικές τους συντεταγμένες, ο A οφείλει να στείλει και τον $n \times q$ πίνακα *coeff* των συντελεστών των PCs. Έτσι, ο A οφείλει να στείλει επιπλέον $n \cdot q$ τιμές. Συνεπώς, σε μία περίοδο, ο A στέλνει συνολικά στον B : $(m \cdot n) + (l \cdot q) + (n \cdot q)$ τιμές.

Οι συνολικές τιμές που στέλνει ο A στον B συνοψίζονται στο ΣΧΗΜΑ 16.



ΣΧΗΜΑ 16: Το πλήθος των τιμών που εκπέμπονται κατά την εφαρμογή της παραλλαγής του Σεναρίου 1 χωρίς προεκβολή Lagrange

Διαισθητικά, φαίνεται ότι είναι λογικό, όταν το l τείνει στο άπειρο, η μείωση της εκπεμπόμενης πληροφορίας να μεγιστοποιείται. Αυτό γιατί τότε αυξάνει το ποσοστό των μετρήσεων για τις οποίες στέλνονται οι PCs και όχι οι πραγματικές συντεταγμένες, που είναι περισσότερες σε αριθμό. Όλα αυτά όμως θα διευκρινιστούν παρακάτω.

Το σενάριο που μελετάμε είναι επιτυχημένο αν καταλήγει σε λιγότερη εκπεμπόμενη πληροφορία από ότι ο κλασικός τρόπος εκπομπής. Αλλιώς δεν θα είχε κανένα νόημα να μπορούμε στη διαδικασία της PCA ανάλυσης. Για να υπάρξει μείωση στις εκπεμπόμενες τιμές, πρέπει οι εκπεμπόμενες τιμές στο απλοποιημένο σενάριο που μελετάμε να είναι λιγότερες από τις εκπεμπόμενες τιμές στην κλασική, χωρίς συμπύεση, εκπομπή. Υπάρχουν δύο δυνατά κριτήρια που μελετάνε τη μεταβολή στις εκπεμπόμενες τιμές ανάμεσα στο σενάριο που μελετάμε και τον κλασικό τρόπο.

$$\text{Το 1ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ είναι: } \Delta = (m \cdot n + l \cdot q + n \cdot q) - (m+l) \cdot n . \quad (4.4)$$

$$\text{Το 2ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ είναι: } \lambda = (m \cdot n + l \cdot q + n \cdot q) / ((m+l) \cdot n) . \quad (4.5)$$

Για να επιτευχθεί μείωση στην εκπομπή τιμών, αρκεί να ισχύει: $\Delta < 0$ ή $\lambda < 1$. Στη συνέχεια θα διερευνήσουμε τα δύο κριτήρια, και θα συμπεράνουμε το πώς αυτά επηρεάζονται από τις τιμές των παραμέτρων τους.

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ 1ου ΚΡΙΤΗΡΙΟΥ:

Πρέπει να ισχύει:

$$\Delta < 0 \Rightarrow$$

$$(m \cdot n + l \cdot q + n \cdot q) - (m+l) \cdot n \Rightarrow$$

$$m \cdot n + l \cdot q + n \cdot q - m \cdot n - l \cdot n < 0 \Rightarrow$$

$$n \cdot q < l \cdot (n - q) \Rightarrow$$

$$l > \frac{n \cdot q}{n - q} \quad (4.6)$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

Αν $n=7$, $q=2$, τότε, για να έχουμε μείωση στην εκπομπή τιμών, πρέπει να ισχύει: $l > ((7 \cdot 2) / (7-2))$

$\Rightarrow l > 2.8$. Επομένως, αφού το l μπορεί να πάρει μόνο φυσικούς αριθμούς, πρέπει $l \geq 3$. Δηλαδή, αν σε μία περίοδο, μετά τις πρώτες m μετρήσεις, σταλούν λιγότερες από 3 μετρήσεις που έχουν μετατραπεί με PCA, τότε έχουμε για την περίοδο αυτή αύξηση και όχι μείωση στην εκπομπή τιμών. Οπότε τότε, η μετατροπή σε PCs δεν θα ωφελούσε σε τίποτα.

Για παράδειγμα, αν επιλεγόταν $l=2$, τότε: $\Delta = 4 \Rightarrow \Delta > 0$.

Το κάτω όριο στον αριθμό l οφείλεται στο ότι εκτός των μετρήσεων, στέλνεται και ο πίνακας των συντελεστών των PCs. Διαισθητικά φαίνεται ότι έστω και μία μέτρηση σε PCs να στείλουμε, έχουμε μείωση στην εκπομπή τιμών, αφού γλιτώνουμε την αποστολή $n-q$ τιμών. Όμως, στην πραγματικότητα δεν είναι έτσι, αφού για να ξεκινήσουμε να έχουμε μείωση εκπομπής, θα πρέπει να εξουδετερωθεί η επιβάρυνση στην εκπομπή που οφείλεται στις $n \cdot q$ τιμές του πίνακα συντελεστών των PCs. Επομένως, θα πρέπει η “συμπύεση” $l \cdot (n-q)$ των εκπεμπόμενων μετρήσεων να ξεπεράσει την “επιβάρυνση” $n \cdot q$.

ΧΕΙΡΟΤΕΡΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ:

Στη χειρότερη περίπτωση, θα προκύψει $q=n$. Τότε, σύμφωνα με τον παραπάνω τύπο, θα πρέπει: $l \rightarrow \infty$. Δηλαδή, τότε, δεν θα μπορούσαμε να έχουμε μείωση εκπομπής στην

περίοδο. Αυτό οφείλεται στο ότι, αν $q=n$ τότε όχι μόνο δεν υπάρχει συμπύεση στις μετρήσεις, αλλά επιπλέον η εκπομπή επιβαρύνεται και από τον πίνακα των PCA συντελεστών.

ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ:

Αν ισχύει $q=1$, τότε στην περίοδο έχουμε την καλύτερη δυνατή συμπύεση στις μετρήσεις,

αφού χρησιμοποιείται μόνο ένας PC. Τότε, πρέπει: $l > \frac{n}{n-1}$.

Και πάλι υπάρχει κάτω όριο στην τιμή l , λόγω της επιβάρυνσης του πίνακα PCA συντελεστών. Όμως, λόγω του ότι η συμπύεση είναι η μέγιστη δυνατή, το κάτω όριο στη βέλτιστη περίπτωση είναι το ελάχιστο δυνατό. Αυτό γιατί όταν οι μετρήσεις συμπιέζονται πολύ, η εξουδετέρωση της επιβάρυνσης του πίνακα PCA συντελεστών γίνεται πολύ πιο γρήγορα, δηλαδή για μικρότερη τιμή l .

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ 2ου ΚΡΙΤΗΡΙΟΥ:

Πρέπει να ισχύει:

$\lambda < 1 \Rightarrow$

$$\frac{m \cdot n + l \cdot q + n \cdot q}{(m+l) \cdot n} < 1 \Rightarrow l > \frac{n \cdot q}{n-q} \quad (4.7)$$

Επομένως, καταλήγουμε στο ίδιο συμπέρασμα με το 1ο κριτήριο, για το κάτω όριο του l .

Το ποσοστό μείωσης εκπομπής τιμών μπορεί να γραφεί και ως εξής:

$$\lambda = \frac{m \cdot n + l \cdot q + n \cdot q}{(m+l) \cdot n} \Rightarrow$$

$$\lambda = \frac{m}{m+l} + \frac{q}{n} \cdot \frac{l+n}{l+m} \Rightarrow$$

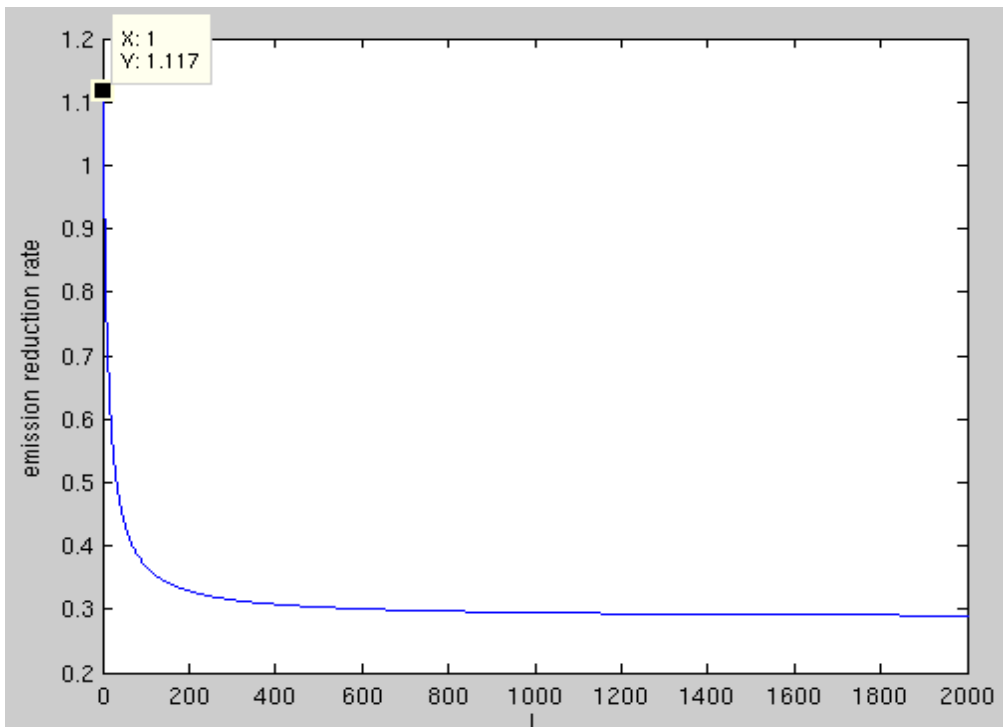
$$\lambda = \frac{m}{m+l} + \frac{q}{n} \cdot \frac{1+n/l}{1+m/l} \cdot$$

Όπως έχουμε ήδη αναφέρει, διαισθητικά, είναι λογικό όταν $l \rightarrow \infty$, τότε το ποσοστό μείωσης εκπομπής τιμών να μεγιστοποιείται, αφού τότε αυξάνει το ποσοστό των μετρήσεων για τις οποίες στέλνονται οι PCs και όχι οι πραγματικές συντεταγμένες, που είναι περισσότερες σε αριθμό. Άρα, για $l \rightarrow \infty$, θεωρούμε ότι το ποσοστό λ είναι το βέλτιστο δυνατό, για δεδομένες τις τιμές των άλλων παραμέτρων. Επομένως, όταν $l \rightarrow \infty$ το λ γίνεται:

$$\frac{m}{m+l} + \frac{q}{n} \cdot \frac{1+n/l}{1+m/l} = \frac{q}{n} \quad (4.8)$$

Από το όριο αυτό, συμπεραίνουμε ότι το ποσοστό λ δεν μειώνεται συνεχώς με την αύξηση του l , αλλά έχει ένα κατώτατο όριο, το οποίο προσεγγίζεται όλο και περισσότερο όσο το $l \rightarrow \infty$. Το όριο αυτό είναι το q/n και εκφράζει την συμπύεση της μέτρησης σε δεδομένη περίοδο.

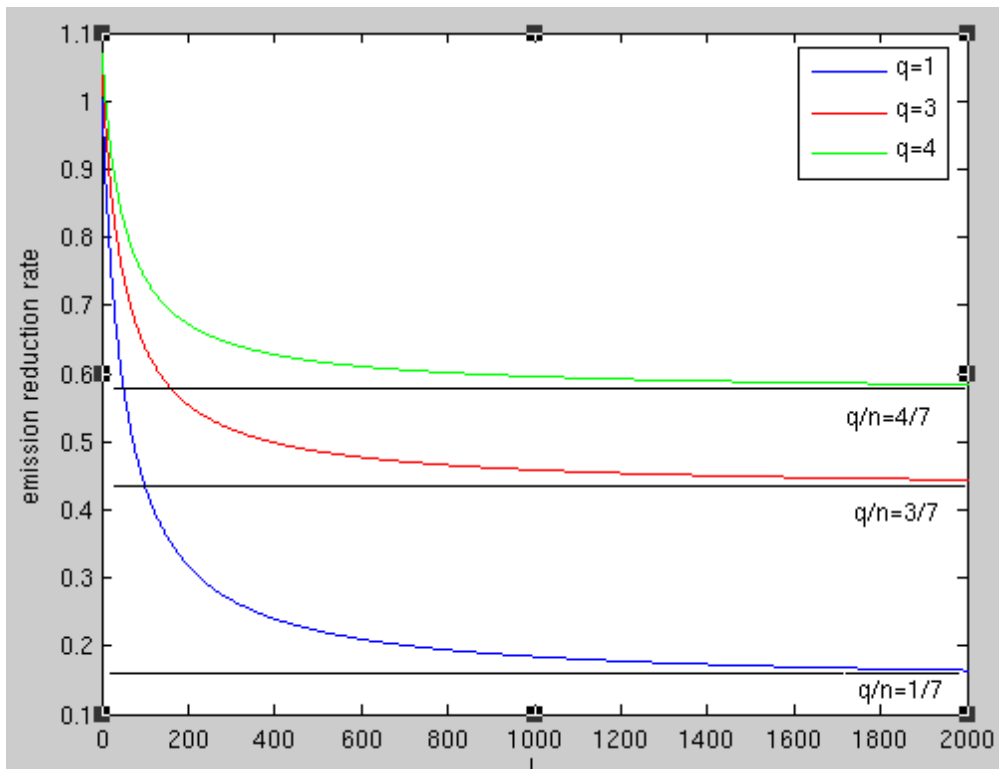
Ένα άμεσο συμπέρασμα της παρατήρησης αυτής είναι ότι η τιμή l δεν είναι αναγκαίο να αυξάνεται απεριόριστα, αφού από ένα σημείο και μετά πρακτικά το ποσοστό λ σταθεροποιείται. Επομένως, περαιτέρω αύξηση του l θα έδινε ασήμαντη μείωση στο ποσοστό εκπομπής. Αν επιπλέον, περαιτέρω αύξηση στο l δίνει και αύξηση στο σφάλμα, τότε δεν υπάρχει κανένας λόγος το l να αυξηθεί περαιτέρω. Η σταθεροποίηση του λ με την αύξηση του l απεικονίζεται στο ΣΧΗΜΑ 17. Το διάγραμμα του σχήματος αποτελεί τη γραφική παράσταση του λ συναρτήσεως του l , για $m=10$, $n=7$, $q=2$. Επίσης, στο σχήμα αυτό, φαίνεται ότι για $l = 1$, ισχύει $\lambda=1.117$. Αυτό αποδεικνύει ό,τι είπαμε προηγουμένως για το κάτω όριο στην τιμή του l . Όπως έχουμε πει, αν το l είναι μικρότερο από ένα κάτω όριο του, τότε αντί για μείωση έχουμε αύξηση στην εκπομπή τιμών, και συνεπώς τότε: $\lambda > 1$.



ΣΧΗΜΑ 17: Σταθεροποίηση του ποσοστού λ όταν αυξάνεται η παράμετρος l

Από το παραπάνω όριο συμπεραίνουμε ότι το ποσοστό λ δεν μειώνεται απεριόριστα, αλλά προσεγγίζει μία ιδανική ελάχιστη τιμή, ίση με q/n . Όσο μικρότερος είναι ο αριθμός q των PCs, τόσο μικρότερη είναι και η οριακή τιμή του λ . Αυτό φαίνεται καλά στο ΣΧΗΜΑ 18, το οποίο περιλαμβάνει τις γραφικές παραστάσεις του λ συναρτήσεως του l , για $m=50$,

$n=7$, και $q=1, 3$ και 4 . Επιπλέον, από το σχήμα αυτό φαίνεται και ότι μικρότερες τιμές του q δίνουν γενικά μικρότερα ποσοστά εκπομπής λ . Επίσης, φαίνεται ότι για $q=1$, έχουμε τη βέλτιστη μείωση εκπομπής, ειδικά όταν $l \rightarrow \infty$.



ΣΧΗΜΑ 18: Μικρότερες τιμές του αριθμού των PCs q δίνουν μικρότερες οριακές τιμές για το ποσοστό λ

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ:

- Το l δεν μπορεί να είναι όσο μικρό θέλουμε, γιατί αν γίνει μικρότερο από ένα κάτω όριο, τότε έχουμε αύξηση της εκπομπής τιμών.
- Η αύξηση του l μειώνει την εκπομπή τιμών. Όμως, το l δεν είναι αναγκαίο να αυξάνεται απεριόριστα, επειδή από ένα σημείο και μετά, το ποσοστό λ πρακτικά σταθεροποιείται.
- Γενικά, όταν ο αριθμός q των PCs μικραίνει, τότε μειώνεται η εκπομπή τιμών. Επιπλέον, μειώνεται το κάτω όριο του l , με αποτέλεσμα να επιτρέπονται μικρότερες τιμές του l , και μειώνεται και η οριακή τιμή του λ , με αποτέλεσμα το

βέλτιστο ποσοστό μείωσης εκπομπής τιμών να μεγιστοποιείται.

- Αν υπάρχει κίνδυνος με την αύξηση του l να αυξηθεί και το σφάλμα, ενώ το λ έχει σχεδόν σταθεροποιηθεί, τότε δεν υπάρχει κανένας λόγος να προχωρήσουμε σε περαιτέρω αύξηση του l
- Μέχρι στιγμής ερευνούμε την επίδραση των διαφόρων παραμέτρων στη μείωση της εκπομπής τιμών. Όμως, πολλές φορές στην προσπάθειά μας να μειώσουμε την εκπομπή τιμών, είναι δυνατό να αυξήσουμε το σφάλμα των εκπεμπόμενων μετρήσεων. Επομένως, η ρύθμιση των παραμέτρων είναι μία πολύ σημαντική υπόθεση. Ο σχεδιαστής του συστήματος είναι υποχρεωμένος να λάβει σοβαρά υπόψη του και το σφάλμα, όταν επιχειρεί να μειώσει την εκπομπή. Επομένως, είναι αναγκασμένος να βρει μία ισορροπία ανάμεσα στη μείωση εκπομπής και στο σφάλμα. Στην πραγματικότητα όμως, αυτό που ενδιαφέρει είναι η μείωση στην κατανάλωση ενέργειας, και όχι η μείωση στην εκπομπή τιμών, άσχετα και αν αυτά συνήθως συνδέονται πολύ. Επομένως, ο σχεδιαστής είναι αναγκασμένος να βρει μία ισορροπία ανάμεσα στη μείωση κατανάλωσης ενέργειας και στο σφάλμα.

2η περίπτωση: Ο A πραγματοποιεί PCA και Lagrange Extrapolation

Στην ενδιάμεση περίπτωση, ο κόμβος A στέλνει:

$m.n + l_1.q + \alpha.(l_2.q) + n.q$ τιμές. Η σταθερά α , με $0 \leq \alpha \leq 1$, εκφράζει ότι, από εκεί που θα στέλνονταν $l_2.q$ τιμές αν λαμβάναμε υπόψη μόνο την PCA, τώρα που γίνεται και Lagrange Extrapolation, στέλνονται $\alpha.(l_2.q)$ τιμές. Επομένως υπάρχει μείωση εκπομπής.

Αν ισχύει $\alpha=0$ τότε επιτυγχάνεται η μέγιστη δυνατή ελάττωση εκπομπής τιμών, και τότε βρισκόμαστε στη βέλτιστη περίπτωση.

Αν ισχύει $\alpha=1$, τότε η μείωση εκπομπής λόγω Lagrange Extrapolation είναι μηδενική, και τότε βρισκόμαστε στη χειρίστη περίπτωση. Όμως, η περίπτωση αυτή είναι ακριβώς η ίδια με την περίπτωση όπου λαμβανόταν υπόψη μόνο PCA. Επομένως, όπως και στην περίπτωση όπου πραγματοποιείται μόνο PCA, στέλνονται $m.n + l_1.q + n.q$ τιμές.

Όταν ισχύει $\alpha=1$ και δεν έχουμε κανένα κέρδος από την πραγματοποίηση Lagrange Extrapolation, τότε, όπως ακριβώς και στην περίπτωση όπου αγνοούσαμε την Lagrange Extrapolation, υπάρχει ένα κάτω όριο για την τιμή του $l (=l_1 + l_2)$, το $l > \frac{n.q}{n-q}$, κάτω από την τιμή του οποίου έχουμε αύξηση αντι για μείωση της εκπομπής τιμών. Όμως, αυτή είναι η χειρίστη περίπτωση για την Lagrange Extrapolation, η οποία δεν δίνει κάτι

χειρότερο από την οριακή τιμή για το l που ήδη ξέραμε. Για τιμή $l = \frac{n \cdot q}{n - q}$, και για $0 \leq \alpha < 1$, δηλαδή για οποιαδήποτε άλλη περίπτωση εκτός της χειρίστης, η εκπομπή τιμών μειώνεται, χωρίς καμία άλλη επιβάρυνση εκπομπής, με αποτέλεσμα να υπάρχει περιθώριο να μειωθεί κατά κάποιο ποσό η τιμή του l , χωρίς να υπάρχει κίνδυνος να παρουσιαστεί αύξηση στην εκπομπή τιμών. Έτσι, όταν εφαρμόζεται Lagrange Extrapolation, το κάτω όριο στην τιμή του l μειώνεται. Το κάτω όριο στην τιμή του l παίρνει την ελάχιστη τιμή του όταν ισχύει η βέλτιστη περίπτωση.

Παρακάτω, θα επιχειρηθεί να αποτυπώσουμε και μαθηματικά αυτά που έχουμε πει.

Για να υπάρχει μείωση στην εκπομπή τιμών σε μία περίοδο σε σχέση με την περίπτωση όπου οι μετρήσεις στέλνονται ακέραιες όπως είναι, θα πρέπει να ισχύει:

$$m \cdot n + l_1 \cdot q + \alpha \cdot (l_2 \cdot q) + n \cdot q - (m \cdot n + l_1 \cdot n + l_2 \cdot n) < 0 \Rightarrow$$

$$l_1 \cdot (n - q) + l_2 \cdot (n - \alpha \cdot q) > n \cdot q \Rightarrow$$

$$l_1 + l_2 \cdot \frac{n - \alpha \cdot q}{n - q} > \frac{n \cdot q}{n - q} \quad (4.9)$$

Παρατηρούμε ότι για $\alpha = 1$, το κάτω όριο για το $l = (l_1 + l_2)$ είναι ακριβώς το ίδιο με την περίπτωση όπου πραγματοποιείται μόνο PCA. Επίσης, παρατηρούμε ότι η ανισότητα είναι της μορφής:

$$l_1 + \gamma \cdot l_2 > \delta, \quad \text{όπου} \quad \gamma = \frac{n - \alpha \cdot q}{n - q}, \quad \delta = \frac{n \cdot q}{n - q}, \quad \text{και} \quad \gamma > 0, \quad \delta > 0, \quad \text{εξαιρώντας στην μελέτη την}$$

περίπτωση όπου $n = q$. Έστω ότι στην χειρίστη περίπτωση, όπου $\alpha = 1$, οι τιμές των l_1 και l_2 είναι τέτοιες ώστε το άθροισμά τους να ισούται με το κάτω όριο του l , δηλαδή:

$$l_1 + l_2 = \frac{n \cdot q}{n - q}. \quad \text{Αν βρεθούμε σε μία ενδιάμεση περίπτωση όπου} \quad \alpha < 1, \quad \text{τότε παρατηρούμε}$$

για να συμβεί η οριακή περίπτωση όπου δεν υπάρχει μείωση εκπομπής, θα πρέπει να ισχύσει: $l_1 + \gamma \cdot l_2 = \delta$. Όμως, αφού ήδη για τις τιμές των l_1 και l_2 ισχύει: $l_1 + l_2 = \delta$, με τις υπάρχουσες τιμές των l_1, l_2 ισχύει:

$l_1 + \gamma \cdot l_2 > \delta$. Επομένως, υπάρχει το περιθώριο να μειωθούν τα l_1, l_2 , μέχρι να φτάσουν το κάτω όριο: $l_1' + \gamma \cdot l_2' = \delta$, όπου l_1', l_2' οι νέες τιμές. Επομένως, επιβεβαιώθηκε μαθηματικά ότι όταν χρησιμοποιείται και Lagrange Extrapolation, τότε το κάτω όριο στην τιμή του l μειώνεται.

Στη βέλτιστη περίπτωση, όταν ισχύει $\alpha = 0$, τότε για να αποφευχθεί αύξηση στην εκπομπή τιμών θα πρέπει να ισχύει: $l_1 + l_2 \cdot \frac{n}{n - q} > \frac{n \cdot q}{n - q}$. Η σταθερά γ παίρνει τότε τη μέγιστη τιμή, και επομένως έχουμε το μέγιστο δυνατό περιθώριο στην μείωση του l μέχρι αυτό να πάρει κάποιο κάτω όριο, και τότε το κάτω όριο αυτό του l είναι το ελάχιστο

δυνατό.

Τέλος, θα αναφερθούμε στην ειδική περίπτωση όπου ισχύει $q=n$, δηλαδή δεν υπάρχει συμπύεση των μετρήσεων λόγω PCA. Τότε, η μοναδική “ελπίδα” να εξουδετερωθεί η επιπρόσθετη εκπομπή του πίνακα PCA συντελεστών, είναι η διαδικασία Lagrange Extrapolation να προσφέρει επαρκή μείωση εκπομπής τιμών. Για $q=n$ πρέπει να ισχύει:

$$m.n + l_1.n + \alpha.(l_2.n) + n.n - (m.n + l_1.n + l_2.n) < 0 \Rightarrow$$

$$l_1.(n-n) + l_2.(n-\alpha.n) > n^2 \Rightarrow$$

$$l_2.n(1-\alpha) > n^2 \Rightarrow$$

$$l_2 > \frac{n}{1-\alpha}.$$

Αυτό είναι και το κάτω όριο για το l_2 . Από τον τύπο αυτό είναι εμφανές ότι όταν $q=n$, κατα την χειρίστη περίπτωση, δηλαδή όταν $\alpha=1$, τότε $l_2 \rightarrow \infty$, και αυτό σημαίνει ότι δεν μπορεί να υπάρξει μείωση στην εκπομπή τιμών. Από την άλλη, όταν $q=n$, κατα την βέλτιστη περίπτωση, δηλαδή όταν $\alpha=0$, για το l_2 πρέπει να ισχύει: $l_2 > n$.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ:

- Χρησιμοποιώντας και Lagrange Extrapolation έχουμε από μέγιστη (βέλτιστη περίπτωση) μέχρι και μηδενική (χειρίστη περίπτωση) μείωση της εκπομπής τιμών, πέρα της μείωσης που ήδη είναι πιθανό να υπάρχει λόγω της εφαρμογής PCA. Αν ήδη υπάρχει μείωση εκπομπής κατά το PCA στάδιο, η εφαρμογή της μεθόδου Lagrange Extrapolation δεν υπάρχει περίπτωση να αυξήσει την εκπομπή τιμών. Αυτό οφείλεται στο ότι δεν υπάρχει επιπλέον επιπρόσθετη επιβάρυνση εκπομπής λόγω αποστολής κάποιου πίνακα ή λόγω κάποιου άλλου παράγοντα.
- Στο σύστημα που χρησιμοποιεί και PCA και Lagrange Extrapolation που μελετάμε, υπάρχουν κάτω όρια για την τιμή του l . Όμως, στη γενική περίπτωση, τα κάτω όρια είναι μικρότερα από ότι το κάτω όριο στην περίπτωση όπου το σύστημα εφαρμόζε μόνο PCA. Σε οποιαδήποτε περίπτωση όμως, αν το l παίρνει τιμές μικρότερες από το κάτω όριό του όταν εφαρμόζεται και Lagrange Extrapolation, τότε οδηγούμαστε σε αύξηση της εκπομπής τιμών, και συνεπώς σε αποτυχία.
- Αν, παρά το γεγονός ότι εφαρμόζεται και Lagrange Extrapolation, υπάρχει αύξηση στην εκπομπή τιμών λόγω τιμής l κάτω από το κάτω όριο, τότε ακόμα και αν δεν εφαρμοζόταν Lagrange Extrapolation αλλά μόνο PCA, πάλι θα υπήρχε αύξηση στην εκπομπή τιμών. Αυτό γιατί το κάτω όριο όταν εφαρμόζεται και Lagrange

Extrapolation είναι μικρότερο από το κάτω όριο όταν εφαρμόζεται μόνο PCA. Επομένως, στην περίπτωση που αναφέρουμε, η τιμή του l θα είναι οπωσδήποτε και κάτω από το όριο της περίπτωσης όπου εφαρμόζεται μόνο PCA. Συνεπώς, η εφαρμογή Lagrange Extrapolation δεν είναι από μόνη της υπεύθυνη για την πιθανή αύξηση στην εκπομπή τιμών.

- Στη βέλτιστη περίπτωση, το κάτω όριο του l είναι το ελάχιστο δυνατό, ενώ στην χειρίστη περίπτωση, το κάτω όριο του l ταυτίζεται με αυτό που ισχύει στο σύστημα όταν χρησιμοποιεί μόνο PCA.
- Όταν ισχύει $q=n$, δηλαδή όταν δεν υπάρχει συμπύεση των μετρήσεων λόγω PCA, τότε η διαδικασία Lagrange Extrapolation μπορεί να προσφέρει επαρκή μείωση εκπομπής τιμών, αρκεί η τιμή l_2 να ξεπεράσει ένα συγκεκριμένο κάτω όριο. Αν όμως όλες οι Lagrange Extrapolation προβλέψεις δίνουν μη ανεκτό σφάλμα, τότε δεν πραγματοποιείται καμία συμπύεση, και έτσι είναι αδύνατο να υπάρξει μείωση στην εκπομπή τιμών.
- Η εφαρμογή Lagrange Extrapolation προκαλεί μείωση στην εκπομπή τιμών, αλλά όμως και επιπρόσθετο σφάλμα λόγω αλλοίωσης στην πραγματική τιμή μερικών PCs. Επομένως, ο σχεδιαστής οφείλει να βρει την ισορροπία ανάμεσα στη μείωση εκπομπής και στο ενδεχόμενο σφάλμα.

4.3.2 Σενάριο 1

Σύμφωνα με την παραλλαγή του Σεναρίου 1, για να μπορέσει ο B να ανασυνθέσει τις μετρήσεις που έχουν υποστεί PCA στις αρχικές τους συντεταγμένες, ο A οφείλει να στείλει και τον $n \times q$ πίνακα των συντελεστών των PCs. Έτσι, ο A οφείλει να στείλει επιπλέον $n \cdot q$ τιμές, με αποτέλεσμα να επιβαρύνεται η αποστολή δεδομένων.

Όμως, ο B δέχεται τις πρώτες m μετρήσεις κάθε περιόδου ασυμπιεστές, στις πραγματικές τους συντεταγμένες. Αυτό σημαίνει ότι ο B θα μπορούσε να πραγματοποιήσει από μόνος του PCA χρησιμοποιώντας τον πίνακα συσχέτισης των m πρώτων μετρήσεων. Επομένως, ο κόμβος A δεν χρειάζεται να στείλει στον B τον $n \times q$ πίνακα των PCs, αφού ο B μπορεί να υπολογίσει από μόνος του τον πίνακα αυτόν. Και αυτό είναι το Σενάριο 1 που ήδη έχει περιγραφεί.

Συνεπώς, στο Σενάριο 1, ο A στέλνει στον B :

$(m \cdot n) + (l \cdot q)$ τιμές,

και όχι: $(m.n) + (l.q) + (n.q)$ τιμές που έστειλε προηγουμένως, σε μία περίοδο.

Αν ο πομπός πραγματοποιεί μόνο PCA και όχι Lagrange Extrapolation, τότε για να υπάρχει μείωση στην εκπομπή τιμών σε μία περίοδο, θα πρέπει:

$$(m.n + l.q) - (m+l).n < 0 \Rightarrow q < n. \quad (4.10)$$

Δηλαδή, αρκεί να υπάρχει έστω και η ελάχιστη δυνατή συμπίεση λόγω PCA. Όμως, στην ακραία περίπτωση, θα ισχύει $q=n$, αλλά ποτέ $q>n$. Επομένως, σε καμία περίπτωση δεν θα υπάρξει αύξηση στην εκπομπή τιμών. Αυτό οφείλεται στο ότι δεν υπάρχει κάποια επιπρόσθετη επιβάρυνση κάποιου πίνακα στην αποστολή, και έτσι η εφαρμογή του σεναρίου αυτού μόνο βελτίωση μπορεί να κάνει στη μείωση εκπομπής. Στη χειρότερη περίπτωση δεν προκαλεί καμία βελτίωση, αλλά όμως και καμία επιπλέον επιβάρυνση.

Επίσης, σύμφωνα με το 2ο κριτήριο, διαισθητικά η μείωση στην εκπομπή είναι μέγιστη αν $l \rightarrow \infty$. Ισχύει:

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{m.n+l.q}{(m+l).n} \Rightarrow \\ \lambda &= \frac{m}{m+l} + \frac{q}{n} \cdot \frac{l}{l+m} \Rightarrow \\ \lambda &= \frac{m}{m+l} + \frac{q}{n} \cdot \frac{1}{1+m/l}. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Για $l \rightarrow \infty$:

$$\frac{m}{m+l} + \frac{q}{n} \cdot \frac{1}{1+m/l} = \frac{q}{n}.$$

Δηλαδή, εξακολουθεί να είναι το q/n όριο στο ποσοστό λ .

Αν ο πομπός πραγματοποιεί και PCA και Lagrange Extrapolation, τότε για να υπάρχει μείωση στην εκπομπή τιμών σε μία περίοδο, θα πρέπει:

$$\begin{aligned} m.n + l_1.q + \alpha.(l_2.q) - (m.n + l_1.n + l_2.n) < 0 \Rightarrow \\ q.(l_1 + \alpha.l_2) < n.(l_1 + l_2), \end{aligned} \quad (4.12)$$

με: $0 \leq \alpha \leq 1$.

Ισχύει: $q < n$, $(l_1 + \alpha.l_2) < (l_1 + l_2)$, αλλά και: $q > 0$, $n > 0$, $(l_1 + \alpha.l_2) > 0$, $(l_1 + l_2) > 0$.

Συνεπώς, ισχύει πάντα: $m.n + l_1.q + \alpha.(l_2.q) - (m.n + l_1.n + l_2.n) < 0$.

Μόνο στην ακραία περίπτωση, όταν $q=n$ και $\alpha=1$ ισχύει:

$$m.n + l_1.q + \alpha.(l_2.q) - (m.n + l_1.n + l_2.n) = 0,$$

αλλά ποτέ δεν ισχύει: $m.n + l_1.q + \alpha.(l_2.q) - (m.n + l_1.n + l_2.n) > 0$.

Επομένως, στο σενάριο αυτό δεν υπάρχει ποτέ ο κίνδυνος για αύξηση εκπομπής τιμών. Στην ακραία περίπτωση, δεν υπάρχει καμία μείωση στην εκπομπή σε σχέση με την κλασική περίπτωση εκπομπής ασυμπιεστων δεδομένων, αλλά όμως και καμία αύξηση. Σε οποιαδήποτε άλλη περίπτωση πέραν της χειρότερης, υπάρχει μείωση εκπομπής τιμών.

Στο Σενάριο 1, λόγω μη επιπρόσθετης επιβάρυνσης στην αποστολή λόγω κάποιου πίνακα, δεν υπάρχει κάτω όριο στην τιμή του l .

Όμως, είναι αναγκαίο να τονιστεί ότι, ακόμα και αν δεν υπάρχει θέμα αύξησης της εκπομπής τιμών, αν η ελάττωση στην εκπομπή τιμών δεν είναι αρκετή, τότε είναι πιθανό η αύξηση της υπολογιστικής ενέργειας λόγω των PCA και Lagrange Extrapolation να είναι μεγαλύτερη της ελάττωσης ενέργειας εκπομπής και λήψης, και συνεπώς να υπάρχει συνολικά αύξηση στην καταναλωμένη ενέργεια του συστήματος, κάτι το οποίο θα ήταν ανεπιθύμητο.

4.3.3 Σενάριο 2

1η περίπτωση: Ο Α πραγματοποιεί μόνο PCA

Θα προσπαθήσουμε να διερευνήσουμε για ποιες τιμές των διαφόρων παραμέτρων το Σενάριο 2 οδηγεί σε εκπομπή λιγότερων τιμών από ότι η κλασική περίπτωση όπου οι τιμές εκπέμπονται όπως ακριβώς είναι.

Στο Σενάριο 2, όταν εφαρμόζεται μόνο PCA, αν υποθέσουμε ότι στέλνονται συνολικά k διαδοχικές ομάδες των l σε αριθμό συμπιεσμένων μετρήσεων, τότε οι συνολικές τιμές που εκπέμπονται είναι:

$$E1(k) = m.n + ((l.q(1) + n.q(1)) + (l.q(2) + n.q(2)) + \dots + (l.q(k) + n.q(k))),$$

όπου οι $(m.n)$ τιμές αντιστοιχούν στις πρώτες m μετρήσεις που στέλνονται ακέραιες, και οι $(l.q(i) + n.q(i))$ τιμές αντιστοιχούν στις l μετρήσεις της i -στής ομάδας που στέλνονται σε PCs, και στον αντίστοιχο πίνακα των PCA συντελεστών $coeff$ που παράγεται από την ομάδα αυτή και στέλνεται στον δέκτη.

Αν δεν γινόταν καμία προσπάθεια συμπίεσης και οι μετρήσεις στέλνονταν ακέραιες στις πραγματικές τους συντεταγμένες, τότε, στο ίδιο συνολικό διάστημα, οι συνολικές τιμές που θα εκπέμπονταν είναι:

$$E2(k) = m.n + (l.n + l.n + \dots + l.n) = m.n + k.l.n.$$

Για να είναι το Σενάριο 2 επιτυχημένο και να έχει νόημα η εφαρμογή του, θα πρέπει να καταλήγει σε μείωση της εκπομπής τιμών. Δηλαδή, θα πρέπει να ισχύει:

$$E1(\kappa) < E2(\kappa) \Rightarrow$$

$$m.n + ((l.q(1) + n.q(1)) + (l.q(2) + n.q(2)) + \dots + (l.q(\kappa) + n.q(\kappa))) < m.n + (l.n + l.n + \dots + l.n) \Rightarrow$$

$$m.n + ((l.q(1) + n.q(1)) + (l.q(2) + n.q(2)) + \dots + (l.q(\kappa) + n.q(\kappa))) < m.n + \kappa.l.n \Rightarrow$$

$$l.(\kappa.n - q(1) - q(2) - \dots - q(\kappa)) > n.(q(1) + q(2) + \dots + q(\kappa)) \Rightarrow$$

$$l > \frac{n.(q(1) + \dots + q(\kappa))}{(\kappa.n - q(1) - \dots - q(\kappa))} \quad (4.13)$$

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ:

Υπάρχει ένα κατώτατο όριο για την παράμετρο l . Η παράμετρος l πρέπει να παίρνει τιμές μεγαλύτερες από το κάτω όριό της, γιατί διαφορετικά το Σενάριο 2 οδηγεί σε αύξηση της εκπομπής τιμών και όχι μείωση. Ο λόγος για τον οποίο υπάρχει ο κίνδυνος αύξησης της εκπομπής τιμών είναι η επιπρόσθετη εκπομπή τιμών λόγω αποστολής του πίνακα PCA συντελεστών σε κάθε περίοδο. Επομένως, για να υπάρχει συνολική μείωση στην εκπομπή τιμών θα πρέπει η συμπίεση των μετρήσεων λόγω μετατροπής τους σε PCs να είναι τόση ώστε τουλάχιστον να εξουδετερώνει την επιπρόσθετη επιβάρυνση αποστολής των πινάκων PCA συντελεστών.

Όταν, κατά τη διάρκεια των κ περιόδων, μικραίνουν οι αριθμοί $q(i)$ των PCs, τότε μικραίνει και το κάτω όριο της παραμέτρου l . Και αυτό είναι καλό για τον σχεδιαστή του συστήματος, αφού έχει μεγαλύτερη ελευθερία να επιλέξει την τιμή για την παράμετρο l που είναι περισσότερο βολική για αυτόν.

Αν και για τις κ περιόδους ισχύει $q(i)=n$, τότε το κάτω όριο για την παράμετρο l είναι το άπειρο. Η ακραία αυτή περίπτωση είναι και η χειρότερη δυνατή για το Σενάριο 2, αφού τότε δεν υπάρχει καμία συμπίεση λόγω PCA αλλά αντιθέτως υπάρχει μόνο επιπρόσθετη επιβάρυνση λόγω αποστολής των πινάκων των PCA συντελεστών. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να υπάρχει αύξηση στην εκπομπή τιμών αντί για μείωση.

Η βέλτιστη περίπτωση είναι όταν ιδανικά και για τις κ περιόδους ισχύει $q(i)=1$. Τότε, το κάτω όριο της l παίρνει την ελάχιστη τιμή του. Η περίπτωση αυτή είναι βέλτιστη, γιατί, όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, είναι καλό για τον σχεδιαστή του συστήματος το κάτω όριο της l να είναι μικρό, αφού έχει μεγαλύτερη ελευθερία να επιλέξει την τιμή για την παράμετρο l που είναι περισσότερο βολική για αυτόν.

2η περίπτωση: Ο Α πραγματοποιεί PCA και Lagrange Extrapolation

Στην περίπτωση αυτή, κάθε μία από τις τελευταίες l_2 μετρήσεις (κάθε ομάδα i από l

μετρήσεις) χρησιμοποιεί τις προηγούμενες της l_1 μετρήσεις για την κατασκευή $q(i)$ πολυωνύμων πρόβλεψης. Επίσης, αν για μία από τις τελευταίες l_2 μετρήσεις της i -στής ομάδας αποφασιστεί να σταλούν ib “αναγνωριστικά bits”, τότε για τη μέτρηση αυτή εκπέμπονται $(q(i) - ib)$ τιμές, αντί για $q(i)$ τιμές.

Συνεπώς, η εφαρμογή και Lagrange Extrapolation οδηγεί σε μείωση των εκπεμπόμενων τιμών σε σχέση με την περίπτωση όπου πραγματοποιείται μόνο PCA.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ:

Η εφαρμογή στο Σενάριο 2 και Lagrange Extrapolation εκτός από PCA μόνο μείωση στην εκπομπή τιμών μπορεί να προσφέρει σε σχέση με την περίπτωση όπου στο Σενάριο 2 εφαρμόζεται μόνο PCA, και ποτέ αύξηση. Απλά και μόνο, στην χειρότερη περίπτωση, δεν αποστέλλεται κανένα “αναγνωριστικό bit”, και τότε στέλνεται ακριβώς ο ίδιος αριθμός τιμών με την περίπτωση όπου εφαρμόζεται μόνο PCA στο Σενάριο 2. Όμως, σε τέτοιες περιπτώσεις μικρής αποστολής “αναγνωριστικών bits”, αν και εκπέμπεται ο ίδιος αριθμός τιμών, η κατανάλωση ισχύος είναι μεγαλύτερη στην περίπτωση όπου εφαρμόζεται και Lagrange Extrapolation, αφού η πραγματοποίηση Lagrange Extrapolation προσδίδει μεγαλύτερη υπολογιστική ισχύ και σε πομπό και σε δέκτη.

Αν αγνοήσουμε την υπολογιστική ισχύ, τότε μπορούμε να πούμε ότι η εφαρμογή και Lagrange Extrapolation στο Σενάριο 2 δεν οδηγεί ποτέ σε αύξηση της εκπομπής τιμών σε σχέση σε όταν εφαρμόζεται μόνο PCA. Έτσι, το κάτω όριο της παραμέτρου l στη 2η περίπτωση του Σεναρίου 2 είναι μικρότερο από ότι στην 1η περίπτωση, ή το πολύ ίσο. Επομένως, δεν έχει νόημα η διερεύνηση του νέου κάτω ορίου του l για τη 2η περίπτωση του Σεναρίου 2, αφού αν η παράμετρος l έχει τιμή που ξεπερνά το κάτω όριο της περίπτωσης όπου πραγματοποιείται μόνο PCA, τότε οπωσδήποτε η τιμή της l θα ξεπερνά και το κάτω όριο της 2ης περίπτωσης του Σεναρίου 2.

4.3.4 Σενάριο 3

1η περίπτωση: Ο Α πραγματοποιεί μόνο PCA

Στο Σενάριο 3, όταν εφαρμόζεται μόνο PCA, αν υποθέσουμε ότι στέλνονται συνολικά k διαδοχικές ομάδες των l σε αριθμό συμπιεσμένων μετρήσεων, τότε οι συνολικές τιμές που εκπέμπονται είναι:

$$E1(k) = m.n + (l.q(1) + l.q(2) + \dots + l.q(k)).$$

Γνωρίζουμε ότι ισχύει $q(i) = a(i).n$, όπου: $0 < a(i) \leq 1$, και: $a(i) = 1/n, 2/n, \dots, n/n$.

Συνεπώς:

$$E1(\kappa) = m.n + n.(l.a(1) + l.a(2) + \dots + l.a(\kappa)) = m.n + n.l.(a(1) + a(2) + \dots + a(\kappa)).$$

Αν δεν γινόταν καμία προσπάθεια συμπίεσης και οι μετρήσεις στέλλονταν ακέραιες στις πραγματικές τους συντεταγμένες, τότε, στο ίδιο συνολικό διάστημα, οι συνολικές τιμές που θα εκπέμπονταν είναι:

$$E2(\kappa) = m.n + (l.n + l.n + \dots + l.n) = m.n + \kappa.l.n.$$

Για να είναι το Σενάριο 3 επιτυχημένο και να έχει νόημα η εφαρμογή του, θα πρέπει να καταλήγει σε μείωση της εκπομπής τιμών. Δηλαδή, θα πρέπει να ισχύει:

$$E1(\kappa) < E2(\kappa) \Rightarrow$$

$$m.n + n.l.(a(1) + a(2) + \dots + a(\kappa)) < m.n + \kappa.l.n \Rightarrow$$

$$a(1) + a(2) + \dots + a(\kappa) < \kappa. \quad (4.14)$$

Επειδή ισχύει: $a(i) \leq 1$, έστω και για ένα $a(i)$ να ισχύει $a(i) < 1$, τότε θα ισχύει: $E1(\kappa) < E2(\kappa)$. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει μείωση στην εκπομπή τιμών. Μόνο στην ακραία περίπτωση, όπου και για τις κ ομάδες ισχύει $a(i) = 1$, τότε ισχύει: $E1(\kappa) = E2(\kappa)$, και επομένως δεν υπάρχει ούτε αύξηση ούτε μείωση στην εκπομπή τιμών. Τότε, το Σενάριο 3 ταυτίζεται με την κλασική περίπτωση αποστολής χωρίς καμία συμπίεση, αφού η διαδικασία PCA δεν καταφέρνει να προκαλέσει καμία συμπίεση.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ:

Επομένως, παρατηρούμε ότι το Σενάριο 3, αν εξαιρέσουμε την ακραία περίπτωση όπου η διαδικασία PCA δεν καταφέρνει να προκαλέσει καμία συμπίεση, προκαλεί μόνο μείωση στην εκπομπή τιμών σε σχέση με την κλασική περίπτωση αποστολής. Επίσης, σε καμία περίπτωση δεν οδηγεί σε αύξηση της εκπομπής τιμών, αφού η εκπομπή δεν επιβαρύνεται με κάποιο επιπρόσθετο παράγοντα. Επομένως, δεν υπάρχει και κάποιο κάτω όριο στην τιμή l .

Επίσης, διαισθητικά το Σενάριο 3 φαίνεται να οδηγεί σε μικρότερη αποστολή τιμών από το Σενάριο 1, αφού αποφεύγεται η περιοδική αποστολή των $m.n$ τιμών. Το αντίτιμο όμως φαίνεται να είναι η αύξηση στο σφάλμα των μετρήσεων που αναγεννά ο δέκτης, επειδή εκτός του σφάλματος που οφείλεται έτσι και αλλιώς στην απώλεια πληροφορίας από τον πομπό λόγω συμπίεσης, υπάρχει και η επιβάρυνση στο σφάλμα όταν οι PCA συντελεστές εξαγονται όχι από τις πραγματικές μετρήσεις αλλά από τις μετρήσεις αυτές όταν έχουν αναγεννηθεί με αντίστροφη PCA διαδικασία.

2η περίπτωση: Ο Α πραγματοποιεί PCA και Lagrange Extrapolation

Στη συνέχεια, θα επιχειρήσουμε να διερευνήσουμε τις περιπτώσεις κατά τις οποίες υπάρχει ή όχι μείωση εκπομπής τιμών, στην περίπτωση του σεναρίου που μελετάμε.

Στο Σενάριο 3, όταν εφαρμόζεται και PCA και Lagrange Extrapolation, αν υποθέσουμε ότι στέλνονται συνολικά k διαδοχικές ομάδες των l σε αριθμό συμπιεσμένων μετρήσεων, τότε οι συνολικές τιμές που εκπέμπονται είναι:

$$E1'(k) = m.n + (l_1.q(1) + \alpha(1) \cdot (l_2.q(1))) + \dots + (l_1.q(k) + \alpha(k) \cdot (l_2.q(k))).$$

Η σταθερά $\alpha(i)$, με $0 \leq \alpha(i) \leq 1$, εκφράζει ότι, από εκεί που θα στέλνονταν $l_2.q(i)$ τιμές αν λαμβάναμε υπόψη μόνο την PCA, τώρα που γίνεται και Lagrange Extrapolation, στέλνονται

$\alpha(i) \cdot (l_2.q(i))$ τιμές. Επομένως υπάρχει μείωση εκπομπής.

Αν δεν γινόταν καμία προσπάθεια συμπύεσης και οι μετρήσεις στέλνονταν ακέραιες στις πραγματικές τους συντεταγμένες, τότε, στο ίδιο συνολικό διάστημα, οι συνολικές τιμές που θα εκπέμπονταν είναι:

$$E2(k) = m.n + (l_1.n + l_2.n) + \dots + (l_1.n + l_2.n).$$

Στη γενική περίπτωση όπου ισχύει $0 < \alpha(i) < 1$ και $q(i) < n$, για $i=1,2,\dots,k$, ο κάθε όρος $l_1.q(i) + \alpha(i) \cdot (l_2.q(i))$ του αθροίσματος του $E1'(k)$ είναι μικρότερος από τον αντίστοιχο όρο $(l_1.n + l_2.n)$ του $E2(k)$.

Επομένως, στη γενική περίπτωση, ισχύει πάντα: $E1'(k) < E2(k)$ και συνεπώς υπάρχει πάντα μείωση στην εκπομπή τιμών σε σχέση με την κλασική εκπομπή χωρίς συμπύεση.

Αν ισχύει, για κάθε $i=1,2,\dots,k$: $\alpha(i)=0$ και $q(i)=1$, τότε το $E1'(k)$ παίρνει την ελάχιστη τιμή του, και παράλληλα επιτυγχάνεται η μέγιστη δυνατή μείωση στην εκπομπή τιμών που μπορεί να πετύχει το Σενάριο 3.

Αν ισχύει, για κάθε $i=1,2,\dots,k$: $\alpha(i)=1$ και $q(i)=n$, τότε το $E1'(k)$ παίρνει την μέγιστη τιμή του, γίνεται ίσο με το $E2(k)$ και δεν υπάρχει διαφορά στον αριθμό των εκπεμπόμενων τιμών σε σχέση με την κλασική περίπτωση εκπομπής. Συνεπώς, στην δυσμενέστερη περίπτωση για την περίπτωση του Σεναρίου 2 που μελετάμε, το σενάριο αυτό ταυτίζεται με την κλασική περίπτωση εκπομπής.

Τέλος, θα συγκρίνουμε ως προς την ελάττωση της εκπομπής τιμών τις δύο περιπτώσεις του Σεναρίου 3. Όπως έχουμε ήδη πει, οι συνολικές τιμές που εκπέμπονται όταν το Σενάριο 3 πραγματοποιεί μόνο PCA είναι:

$$E1(k) = m.n + (l_1.q(1) + l_2.q(1)) + \dots + (l_1.q(k) + l_2.q(k)).$$

Στην πιο συχνή περίπτωση, όπου υπάρχει έστω ένα $\alpha(i)$ με $\alpha(i) \neq 1$, ο όρος

$l_1.q(i) + \alpha(i) \cdot (l_2.q(i))$ του αθροίσματος του $E1'(κ)$ είναι μικρότερος από τον αντίστοιχο όρο $l_1.q(i) + l_2.q(i)$ του $E1(κ)$. Επομένως, αν υπάρχει έστω και ένα $\alpha(i)$ με $\alpha(i) \neq 1$, ισχύει $E1'(κ) < E1(κ)$. Αυτό σημαίνει ότι, στην πιο συνηθισμένη περίπτωση, όταν το Σενάριο 3 πραγματοποιεί και Lagrange Extrapolation, τότε η μείωση στην εκπομπή τιμών είναι μεγαλύτερη από όταν το Σενάριο 3 πραγματοποιεί μόνο PCA. Στην ακραία περίπτωση, όταν για κάθε $i=1,2,\dots,κ$ ισχύει $\alpha(i)=1$, τότε ισχύει $E1'(κ) = E1(κ)$. Επομένως, το Σενάριο 3 όταν εφαρμόζει και Lagrange Extrapolation οδηγεί πάντα σε μείωση στην εκπομπή τιμών, εκτός από μία ακραία περίπτωση όπου δεν υπάρχει καμία μεταβολή στην εκπομπή τιμών σε σχέση με την περίπτωση όπου το Σενάριο 3 πραγματοποιεί μόνο PCA. Η ακραία αυτή περίπτωση συμβαίνει όταν τα σφάλματα της Lagrange Extrapolation για όλους τους PCs, και για τα $κ$ σύνολα από l μετρήσεις, είναι μη ανεκτά.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ:

Το Σενάριο 3, όταν εκτελεί και PCA και Lagrange Extrapolation, οδηγεί πάντα σε μείωση της εκπομπής τιμών σε σχέση με την κλασική περίπτωση εκπομπής. Μόνο σε μία ακραία περίπτωση το Σενάριο 3 τότε ταυτίζεται με την κλασική περίπτωση εκπομπής, και τότε δεν υπάρχει κάποια μεταβολή στην ποσότητα εκπεμπόμενων τιμών. Όμως, σε καμία περίπτωση, η πιο πολύπλοκη μορφή του Σεναρίου 3 που μελετάμε δεν οδηγεί σε αύξηση της εκπομπής τιμών.

Τα παραπάνω καθιστούν λογικό το να μην υπάρχει κάποιο κάτω όριο στην τιμή του l .

Η εκδοχή του Σεναρίου 3 που πραγματοποιεί και Lagrange Extrapolation προκαλεί μεγαλύτερη μείωση στην εκπομπή τιμών από ότι η εκδοχή του Σεναρίου 3 όπου πραγματοποιείται μόνο PCA. Αυτό οφείλεται στο ότι η Lagrange Extrapolation διαδικασία που έχουμε περιγράψει μπορεί μόνο μείωση στην εκπομπή τιμών να προκαλέσει και καμία αύξηση, αφού δεν προκαλεί καμία επιπρόσθετη επιβάρυνση στην διαδικασία εκπομπής. Υπάρχει μόνο μία ακραία περίπτωση όπου καμία Lagrange Extrapolation πρόβλεψη δεν είναι ανεκτή, και τότε οι δύο εκδοχές του Σεναρίου 3, και οι αντίστοιχες ποσότητες εκπεμπόμενων τιμών τους, ταυτίζονται. Σε καμία περίπτωση όμως η εκδοχή του Σεναρίου 3 που πραγματοποιεί και Lagrange Extrapolation δεν προκαλεί αύξηση στην εκπομπή τιμών της εκδοχής του Σεναρίου 3 όπου πραγματοποιείται μόνο PCA.

Το αντίτιμο στην μείωση των εκπεμπόμενων τιμών λόγω Lagrange Extrapolation είναι το πιθανό σφάλμα που προστίθεται στο σφάλμα που υπάρχει κατά την περίπτωση που το Σενάριο 3 πραγματοποιεί μόνο PCA. Το επιπρόσθετο σφάλμα αυτό οφείλεται στην αλλοίωση της πραγματικής τιμής μερικών PCs. Επομένως, ο σχεδιαστής οφείλει να βρει

την ισορροπία ανάμεσα στη μείωση εκπομπής και στο ενδεχόμενο σφάλμα.

Επίσης, επαναλαμβάνουμε ότι το Σενάριο 3 απορρίπτεται λόγω απρόβλεπτου σφάλματος, και ότι η Lagrange Extrapolation προκαλεί αύξηση στην υπολογιστική ισχύ.

4.3.5 Γενικές παρατηρήσεις

- Στην ενότητα αυτή παρουσιάστηκαν 3 απλοποιημένα σενάρια, στα οποία θα μπορούσαμε να βασιστούμε για την πειραματική μελέτη ενός συστήματος εκπομπής και λήψης δεδομένων που επιδιώκει να μειώσει την κατανάλωση ενέργειας χρησιμοποιώντας PCA και ενδεχομένως και Lagrange Extrapolation.
- Τα σενάρια αυτά μαθηματικοποιούνται μέσω διαφόρων παραμέτρων, όπως οι m , l , l_1 , l_2 , n , q . Η ύπαρξη μαθηματικών παραμέτρων είναι πολύ σημαντική για την κατανόηση αλλά και την αποδοτική σχεδίαση του συστήματος. Μεταβάλλοντας τις διάφορες μαθηματικές παραμέτρους, μπορούμε να παρατηρήσουμε για ποιες τιμές των παραμέτρων αυτών έχουμε μείωση στην κατανάλωση ισχύος, ή μείωση στο σφάλμα στον δέκτη.
- Πιο συγκεκριμένα, παρατηρήθηκε ότι μεγάλες τιμές της l ή μικρές τιμές των αριθμών των PCs q , οδηγούν πολλές φορές σε μείωση των εκπεμπόμενων τιμών. Επίσης, πολλές φορές παρατηρήθηκαν κάτω όρια στην τιμή της l , όταν έπρεπε να αποσταλεί πρώτα ένας αριθμός συμπιεσμένων τιμών μέχρι να εξουδετερωθεί η επιπρόσθετη επιβάρυνση εκπομπής λόγω αποστολής του πίνακα PCA συντελεστών. Με κατάλληλες τιμές των υπόλοιπων παραμέτρων, τα κάτω όρια της l μπορεί να πάρουν μικρότερες τιμές.
- Σε αυτό το σημείο πρέπει οπωσδήποτε να επισημάνουμε το εξής. Σε όλη την ως τώρα μελέτη μας, κριτήριό μας για την ενεργειακή αποδοτικότητα των σεναρίων ήταν η μείωση των εκπεμπόμενων τιμών. Αυτό δεν είναι λάθος, αφού, με διαφορά, τη μεγαλύτερη κατανάλωση ισχύος την προκαλούν η εκπομπή και μετά η λήψη των δεδομένων. Όμως, μέχρι τώρα, αγνοήσαμε και άλλους παράγοντες που καταναλώνουν ισχύ. Έτσι, στην πραγματικότητα, ένα σύστημα που πραγματοποιεί PCA καταναλώνει περισσότερη υπολογιστική ισχύ, και αν πραγματοποιεί και Lagrange Extrapolation, τότε καταναλώνει ακόμα μεγαλύτερη υπολογιστική ισχύ. Επομένως, το πραγματικό κριτήριο για να δούμε αν ένα σενάριο οδηγεί σε εξοικονόμηση ενέργειας είναι να συγκρίνουμε άμεσα τις ενέργειες που

καταναλώνονται. Επίσης, με αυτή τη λογική, στην πραγματικότητα, τα κάτω όρια της παραμέτρου I είναι λίγο μεγαλύτερα από αυτά που υπολογίσαμε, αφού δεν αρκεί να εξουδετερωθεί μόνο η επιπρόσθετη επιβάρυνση εκπομπής λόγω αποστολής του πίνακα PCA συντελεστών, αλλά επίσης οι μειώσεις στις εκπομπές πρέπει να εξουδετερώσουν και την επιπρόσθετη υπολογιστική ισχύ λόγω PCA και ενδεχομένως και Lagrange Extrapolation. Για τον ίδιο λόγο, στην πραγματικότητα υπάρχουν κάτω όρια για την I , ακόμα και σε περιπτώσεις όπου δεν υπήρχαν στην προηγούμενη μελέτη μας. Επίσης, παράλληλα με τη μείωση καταναλωμένης ισχύος, θα πρέπει η πληροφορία να μην υφίσταται σημαντική αλλοίωση.

4.4 Μετρούμενες ποσότητες

Σε ένα σύστημα συμπίεσης πληροφορίας πλαισίου, δύο πολύ βασικές έννοιες που σχετίζονται με αυτό είναι το σφάλμα της μέτρησης που λαμβάνει ένας δέκτης, και το ενεργειακό κέρδος της συμπίεσης [11], [12].

4.4.1 Σφάλμα ανακατασκευής στον δέκτη

Το σφάλμα μίας μέτρησης που λαμβάνει ο δέκτης οφείλεται σε 2 παράγοντες:

- στην απώλεια πληροφορίας λόγω της συμπίεσης της PCA διαδικασίας
- στο γεγονός ότι κάποιοι PCs ενδέχεται να μην στέλνονται στον δέκτη, αλλά να εκτιμώνται από τον δέκτη, με αναπόφευκτο σφάλμα, με Lagrange Extrapolation.

Συνεπώς, μόλις ανακατασκευάσει ο δέκτης μία διανυσματική μέτρηση που λαμβάνει, τότε η ανακατασκευασμένη μέτρηση περιλαμβάνει κάποιο σφάλμα. Το μέτρο που χρησιμοποιείται για να “μετρήσει” και να δώσει μία αίσθηση του μεγέθους του σφάλματος ανακατασκευής του δέκτη είναι το ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα.

Έστω ότι ο πομπός έχει μία διανυσματική μέτρηση $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ και θέλει να την συμπίεσει και παράλληλα να μειώσει όσο το δυνατό περισσότερο τις τιμές που θα στείλει στον δέκτη. Για να το πετύχει αυτό, θα πραγματοποιήσει PCA, και προαιρετικά, μπορεί να στείλει “αναγνωριστικά bits” αν κρίνει ότι τον αντίστοιχο PC ο δέκτης μπορεί να τον προβλέψει με καλή ακρίβεια. Έτσι, τελικώς, ο δέκτης δεν έχει στη διάθεσή του την πραγματική μέτρηση, αλλά μία συμπιεσμένη εκδοχή της $\mathbf{x}' = (p_1', \dots, p_q')$ που αποτελείται από q PCs. Κάποιοι PCs θα ήταν πιθανό να μην έχουν την υπολογισμένη

στον πομπό τιμή, αλλά να έχουν προβλεφθεί με Lagrange Extrapolation.

Το τελικό βήμα του δέκτη είναι να ανακατασκευάσει την μέτρηση x' από PCs στις πραγματικές της n συντεταγμένες. Η ανακατασκευασμένη μέτρηση $x'' = (x_1'', \dots, x_n'')$ θα περιλαμβάνει σφάλμα σε σχέση με την αρχική μέτρηση x του πομπού.

Το ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα λόγω ανακατασκευής της x'' από PCs σε πραγματικές συντεταγμένες, ορίζεται ως:

$$\frac{\|x'' - x\|}{\|x\|} = \frac{\sqrt{(x_1'' - x_1)^2 + \dots + (x_n'' - x_n)^2}}{\sqrt{x_1^2 + \dots + x_n^2}} \quad (4.15)$$

Το τελικό μέτρο που χρησιμοποιείται είναι το μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα, το οποίο εκφράζει τη μέση τιμή των ποσοστιαίων τετραγωνικών σφαλμάτων όλων των μετρήσεων που έλαβαν χώρα κατά το χρονικό διάστημα μελέτης.

4.4.2 Ενεργειακό κέρδος

Για τον υπολογισμό της ενεργειακής κατανάλωσης του συστήματος υιοθετείται το μοντέλο ενεργειακής κατανάλωσης Mica2 [13]. Η ενεργειακή κατανάλωση, στις περιπτώσεις όταν εκτελείται μία υπολογιστική εντολή σε έναν επεξεργαστή του συστήματος (4 nJ/εντολή), όταν εκπέμπεται (720 nJ/bit) / λαμβάνεται (110 nJ/bit) από / σε μία κεραία του συστήματος ένα bit, ή ακόμα όταν ένας επεξεργαστής είναι ανενεργός (9.6 mJ/s) ή σε κατάσταση αναμονής (0.33 mJ/s), συνοψίζονται στον ΠΙΝΑΚΑ 1 [11], [12].

ΠΙΝΑΚΑΣ 1: Ενεργειακά κόστη που αντιστοιχούν σε διάφορες λειτουργίες ενός κόμβου του συστήματος

Λειτουργία κόμβου	Ενεργειακό κόστος
Εκτέλεση εντολής	4 nJ/εντολή
Ανενεργός	9.6 mJ/s
Κατάσταση αναμονής	0.33 mJ/s
Εκπομπή	720 nJ/bit
Λήψη	110 nJ/bit

Υπάρχουν τα εξής συμβάντα που μπορεί να συμβούν σε έναν κόμβο, για τα οποία καταναλώνεται ενέργεια:

- Εκπομπή τιμών.

Κάθε ποσότητα πληροφορίας που εκπέμπεται από την κεραία ενός πομπού αποτελείται από μία σειρά από bits. Όταν εκπέμπεται πληροφορία, τότε αυτή διασπάται σε πακέτα. Κάθε πακέτο περιλαμβάνει μία επικεφαλίδα των 7 bytes και σώμα όπου περιλαμβάνεται καθαρή πληροφορία μέχρι και 20 bytes [13]. Συνεπώς, αν η πληροφορία που πρόκειται να εκπεμφθεί αποτελείται από περισσότερα από 20 bytes, τότε θα εκπεμφθούν περισσότερα από ένα πακέτα.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΚΑΤΑΝΑΛΩΣΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΛΟΓΩ ΕΚΠΟΜΠΗΣ

Έστω ότι ο πομπός πρόκειται να εκπέμψει ένα διάνυσμα τιμών $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_r)$, που αποτελείται από r τιμές. Θεωρώντας ότι κάθε μία τιμή, ως μέτρηση αισθητήρα, είναι πραγματικός αριθμός, παραδεχόμαστε ότι κάθε μία τιμή αποτελείται από 4 bytes [11]. Συνεπώς, ο πομπός πρόκειται να εκπέμψει $4 \cdot r$ bytes.

Έστω ότι ισχύει $r=11$. Τότε η πληροφορία που πρέπει να εκπεμφθεί αποτελείται από 44 bytes. Στην περίπτωση αυτή ο πομπός θα εκπέμψει 3 πακέτα. Το πρώτο πακέτο θα περιλαμβάνει 7 bytes επικεφαλίδας και τα 20 πρώτα bytes της πληροφορίας. Το δεύτερο πακέτο θα περιλαμβάνει 7 bytes επικεφαλίδας και τα επόμενα 20 bytes της πληροφορίας. Το τρίτο πακέτο θα περιλαμβάνει 7 bytes επικεφαλίδας και τα τελευταία 4 bytes της πληροφορίας.

Επομένως, στην περίπτωση αυτή θα εκπεμφθούν συνολικά:

$$(7 + 20) + (7 + 20) + (7 + 4) = 65 \text{ bytes} = 65 \text{ bytes} \cdot 8 \text{ bits/byte} = 520 \text{ bits}.$$

Γνωρίζοντας ότι το ενεργειακό κόστος εκπομπής είναι 720 nJ/bit, τότε η κατανάλωση ενέργειας για την εκπομπή του \mathbf{x} είναι:

$$520 \text{ bits} \cdot 720 \text{ nJ/bit} = 374400 \text{ nJ}.$$

Ακριβώς η λογική του παραπάνω παραδείγματος πραγματοποιείται όταν υπολογίζεται το ενεργειακό κόστος για εκπομπή οποιασδήποτε διανυσματικής πληροφορίας (είτε σε πραγματικές συντεταγμένες είτε σε PCs), για την εκπομπή του πίνακα coeff , και για την εκπομπή του meanH που είναι απαραίτητο για την συμπίεση και αποσυμπύεση της πληροφορίας.

Σε περίπτωση που εκτελείται και Lagrange Extrapolation, τότε ακολουθείται η εξής λογική. Αν η προς εκπομπή πληροφορία αποτελείται από k_1 PCs, και για k_2 από

αυτούς θα σταλούν “αναγνωριστικά bits”, τότε θα εκπεμφθεί ένα διάνυσμα $(k_1 - k_2)$ τιμών ακριβώς με τον τρόπο που υπαγορεύει το παραπάνω παράδειγμα. Τα k_2 “αναγνωριστικά bits” θα σταλούν απλά ως bits, χωρίς να εμφωλευτούν σε πακέτα. Συνεπώς, το ενεργειακό κόστος για k_2 “αναγνωριστικά bits” θα είναι: $(k_2 \cdot 720 \text{ nJ/bit})$.

- Λήψη τιμών.

Όταν ένας δέκτης λαμβάνει πληροφορία, τότε, δεδομένου ότι το ενεργειακό κόστος λήψης είναι 110 nJ/bit, το ενεργειακό κόστος για την πληροφορία που έλαβε είναι: (ποσότητα των bits που λαμβάνει η κεραία) \cdot (110 nJ/bit) .

- PCA – Υπολογισμός πίνακα *coeff*.

Στις εξομοιώσεις που θα ακολουθήσουν θα χρησιμοποιηθεί το πρόγραμμα Matlab και μέσω αυτού υπολογίζεται ο απαραίτητος για την PCA διαδικασία πίνακας *coeff* με τη μέθοδο Αποσύνθεσης Μοναδικών Τιμών (Singular Value Decomposition). Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο αυτή, και κάνοντας απαραίτητες προσεγγίσεις, η πολυπλοκότητα της PCA διαδικασίας για τον υπολογισμό του πίνακα *coeff* εκτιμάται ως [4] , [14] :

$$o(n^2 \cdot m) ,$$

όπου n η διάσταση των διανυσματικών μετρήσεων που θα υποστούν PCA, και m το πλήθος των n -διάστατων μετρήσεων που θα χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό του πίνακα PCA συντελεστών *coeff*.

Συνεπώς, όταν χρησιμοποιούνται m n -διάστατες μετρήσεις για τον υπολογισμό του πίνακα PCA συντελεστών *coeff*, και δεδομένου ότι το υπολογιστικό κόστος είναι 4 nJ/εντολή, το ενεργειακό κόστος της PCA διαδικασίας υπολογίζεται ως εξής:

$$(n^2 \cdot m \cdot 4) \text{ nJ} .$$

- Συμπύεση από πραγματικές συντεταγμένες σε PCs.

Έστω ότι μία μέτρηση n διαστάσεων πρόκειται να συμπιεστεί σε q PCs, πολλαπλασιαζόμενη με έναν $n \times q$ πίνακα PCA συντελεστών *coeff*.

Τότε, όπως έχουμε ήδη δει, θα πραγματοποιηθεί ένας πολλαπλασιασμός ενός $1 \times n$ πίνακα με έναν $n \times q$ πίνακα. Το υπολογιστικό κόστος του πολλαπλασιασμού αυτού προσεγγιστικά εκτιμάται ως:

$$o(n \cdot q).$$

Συνεπώς, δεδομένου ότι το υπολογιστικό κόστος είναι 4 nJ/εντολή, το ενεργειακό

κόστος της συμπίεσης σε PCs υπολογίζεται ως:

$$(n \cdot q \cdot 4) nJ.$$

- Αποσυμπύεση από PCs σε πραγματικές συντεταγμένες.

Κατά την αποσυμπύεση ενός διανύσματος q PCs σε n πραγματικές συντεταγμένες, πολλαπλασιάζεται ένα q -διάστατο διάνυσμα με τον ανάστροφο *coeff* πίνακα. Επομένως, πραγματοποιείται ένας πολλαπλασιασμός ενός $1 \times q$ πίνακα με έναν $q \times n$ πίνακα, η πολυπλοκότητα του οποίου εκτιμάται ως:

$$o(n \cdot q).$$

Συνεπώς, δεδομένου ότι το υπολογιστικό κόστος είναι $4 nJ/\text{εντολή}$, το ενεργειακό κόστος της αποσυμπύεσης υπολογίζεται όπως το κόστος της συμπίεσης, δηλαδή ως:

$$(n \cdot q \cdot 4) nJ.$$

- Προεκβολή Lagrange.

Κατά την Lagrange Extrapolation, αν πρέπει να προβλεφθεί ένα σημείο (x, y) στον διδιάστατο χώρο, και υπάρχουν l_1 “ιστορικά” ζεύγη σημείων (x_i, y_i) από τα οποία θα περνά το πολυώνυμο προεκβολής $y=f(x)$, τότε χρειάζονται l_1^2 υπολογισμοί για να φτιαχτεί το $y=f(x)$, και η πολυπλοκότητα υπολογισμού του πολυωνύμου προεκβολής $y=f(x)$ θα είναι [15]:

$$o(l_1^2).$$

Συνεπώς, όταν εφαρμόζεται Lagrange Extrapolation για την πρόβλεψη της τιμής ενός PC, και χρησιμοποιούνται l_1 “ιστορικές” τιμές για τον PC αυτόν, τότε η υπολογιστική πολυπλοκότητα είναι: $o(l_1^2)$, και, δεδομένου ότι το υπολογιστικό κόστος είναι $4 nJ/\text{εντολή}$, το ενεργειακό κόστος της Lagrange Extrapolation είναι:

$$(l_1^2 \cdot 4) nJ.$$

Το παραπάνω ενεργειακό κόστος αφορά έναν μόνο PC.

Ο πομπός πραγματοποιεί Lagrange Extrapolation και για τους q PCs μίας συμπιεσμένης μέτρησης, με ενεργειακό κόστος συνολικά: $q \cdot (l_1^2 \cdot 4) nJ$.

Ο δέκτης πραγματοποιεί Lagrange Extrapolation μόνο για όσους PCs στάλθηκαν “αναγνωριστικά bits”, με ενεργειακό κόστος συνολικά:

$$(\text{πλήθος αναγνωριστικών bits για μία συμπιεσμένη μέτρηση}) \cdot (l_1^2 \cdot 4) nJ.$$

Στη συνέχεια θα συνοψίσουμε τα συνολικά ενεργειακά κόστη που υπολογίζονται κατά την εξομοίωση λειτουργίας των σεναρίων 1 και 2 που περιγράψαμε παραπάνω. Για κάθε σενάριο υπάρχουν 2 περιπτώσεις, αν ένας κόμβος είναι πομπός και αν είναι δέκτης.

- Σενάριο 1.

ΠΟΜΠΟΣ:

Σε μία περίοδο $m+l$ μετρήσεων, ο πομπός στέλνει στον δέκτη τις m πρώτες μετρήσεις. Για κάθε μία από τις m αυτές n -διάστατες μετρήσεις, καταναλώνεται ενέργεια ίση με το ενεργειακό κόστος εκπομπής n τιμών.

Οι πρώτες m μετρήσεις υφίστανται PCA για να δημιουργηθεί ο *coeff*, και συνεπώς προστίθεται το ενεργειακό κόστος υπολογισμού του *coeff*.

Για κάθε μία από τις επόμενες l μετρήσεις της περιόδου προστίθεται το ενεργειακό κόστος συμπίεσης σε q PCs.

Επιπλέον, αν επιλεγθεί να πραγματοποιείται και Lagrange Extrapolation, τότε για κάθε μία συμπιεσμένη μέτρηση από τις l_2 τελευταίες μετρήσεις της περιόδου που συμπίεστηκαν σε PCs, πραγματοποιείται q φορές Lagrange Extrapolation, και κάθε φορά προστίθεται το ενεργειακό κόστος της Lagrange Extrapolation.

Κάθε μία από τις τελευταίες l μετρήσεις της περιόδου έχει συμπιεστεί σε διάνυσμα q τιμών ή λιγότερων από q τιμών λόγω Lagrange Extrapolation, και προσθέτει στο συνολικό ενεργειακό κόστος το ενεργειακό κόστος εκπομπής της.

Επίσης, αν υπάρχει αποστολή “αναγνωριστικών bits” τότε προστίθεται το ενεργειακό κόστος αποστολής τους.

ΔΕΚΤΗΣ:

Ο δέκτης λαμβάνει αρχικά m n -διάστατες μετρήσεις, και για κάθε μία από αυτές προσμετράται το ενεργειακό κόστος λήψης της.

Επίσης, από τις m πρώτες μετρήσεις, εφαρμόζει PCA και παράγει τον *coeff*, με αποτέλεσμα να προστίθεται το ενεργειακό κόστος υπολογισμού του *coeff*.

Για κάθε μία από τις υπόλοιπες l μετρήσεις της περιόδου που λαμβάνει, αλλά και για κάθε “αναγνωριστικό bit” που λαμβάνει, προσμετράται το αντίστοιχο ενεργειακό κόστος λήψης.

Για κάθε ένα “αναγνωριστικό bit” που λαμβάνει πραγματοποιεί Lagrange Extrapolation και προστίθεται το αντίστοιχο ενεργειακό κόστος.

Επιπλέον, στον δέκτη, για κάθε ένα q -διάστατο διάνυσμα πραγματοποιείται αποσυμπύεση σε πραγματικές συντεταγμένες, και προστίθεται το αντίστοιχο ενεργειακό κόστος.

- Σενάριο 2.

ΠΟΜΠΟΣ:

Στην αρχή στέλνονται οι m πρώτες n -διάστατες μετρήσεις και για κάθε μία αποστολή προστίθεται το αντίστοιχο ενεργειακό κόστος εκπομπής. Επίσης, προστίθεται το κόστος παραγωγής του $coeff$ από τις πρώτες m μετρήσεις, καθώς και το κόστος εκπομπής του $coeff$ και της $meanH$.

Για κάθε μία περίοδο l μετρήσεων προστίθενται τα εξής ενεργειακά κόστη:

Το κόστος συμπίεσης σε q PCs για κάθε μία από τις l μετρήσεις.

Προαιρετικά, το κόστος πραγματοποίησης q Lagrange Extrapolations για κάθε μία από τις τελευταίες l_2 συμπιεσμένες μετρήσεις, καθώς και το κόστος εκπομπής “αναγνωριστικών bits”.

Το κόστος εκπομπής για κάθε ένα από τα l τελικώς συμπιεσμένα διανύσματα τιμών.

Το κόστος υπολογισμού του $coeff$ από τις τελευταίες m μετρήσεις της περιόδου, καθώς και το κόστος εκπομπής του $coeff$ και του $meanH$.

ΔΕΚΤΗΣ:

Στον δέκτη, για κάθε μία διανυσματική μέτρηση που λαμβάνει, είτε n είτε λιγότερων διαστάσεων, προστίθεται το αντίστοιχο ενεργειακό κόστος λήψης.

Επίσης, κάθε φορά που λαμβάνει έναν $coeff$ ή ένα $meanH$, ή ένα “αναγνωριστικό bit”, προστίθεται το αντίστοιχο ενεργειακό κόστος λήψης.

Επιπλέον, για κάθε ένα “αναγνωριστικό bit” που λαμβάνει προστίθεται το ενεργειακό κόστος πραγματοποίησης Lagrange Extrapolation.

Τέλος, σε κάθε περίοδο l μετρήσεων, ο δέκτης προσθέτει l κόστη αποσυμπύεσης σε n πραγματικές συντεταγμένες.

Σε κάθε σενάριο, το συνολικό ενεργειακό κόστος είναι το άθροισμα του ενεργειακού κόστους πομπού και του ενεργειακού κόστους δέκτη. Τα κόστη πομπού και δέκτη προστίθενται, επειδή συνήθως στην πραγματικότητα ένας κόμβος είναι ταυτόχρονα και

πομπός και δέκτης, λόγω του ότι λαμβάνει τιμές, αλλά ταυτόχρονα εκπέμπει και τιμές. Συνεπώς:

συνολικό ενεργειακό κόστος σεναρίου (EKΣ) = ενεργειακό κόστος πομπού + ενεργειακό κόστος δέκτη.

Σε ένα κλασικό σύστημα που δεν επιχειρεί καμία προσπάθεια συμπίεσης, τότε απλά θα αποστέλλονταν και θα λαμβάνονταν n -διάστατες μετρήσεις, χωρίς καμία άλλη υπολογιστική λειτουργία. Δηλαδή:

συνολικό ενεργειακό κόστος κλασικού συστήματος (EKK) = ενεργειακό κόστος εκπομπής n -διάστατων μετρήσεων + ενεργειακό κόστος λήψης n -διάστατων μετρήσεων.

Το ενεργειακό κέρδος εκφράζει την ποσοστιαία μείωση του συνολικού ενεργειακού κόστους ενός προτεινόμενου σεναρίου σε σχέση με το κλασικό σύστημα, και υπολογίζεται ως:

$$\text{ενεργειακό κέρδος} = \frac{EKK - EKΣ}{EKK} . \quad (4.16)$$

Πρέπει να επισημάνουμε ότι έχει αγνοηθεί το ενεργειακό κόστος που έχει το σύστημα όταν είναι ανενεργό ή όταν είναι σε κατάσταση αναμονής. Το κόστος αυτό αγνοείται κατά τον υπολογισμό του συνολικού ενεργειακού κόστους και στα σενάρια αλλά και στο κλασικό σύστημα. Λόγω του ότι το ενεργειακό κέρδος είναι ένα μέτρο που συγκρίνει τα δύο συστήματα, το ενεργειακό κόστος ανενεργίας και αναμονής μπορεί να αγνοηθεί, όταν αγνοείται στους υπολογισμούς κόστους και των δύο συστημάτων που συγκρίνονται.

4.4.3 Μέτρο αποδοτικότητας συστήματος u

Ο σχεδιαστής του συστήματος επιδιώκει να πετύχει όσο το δυνατό μεγαλύτερο ενεργειακό κέρδος, αλλά χωρίς παράλληλα σημαντική αύξηση στο σφάλμα ανακατασκευής των μετρήσεων στον δέκτη. Συνεπώς, είναι απαραίτητο να υπάρχει μία ισορροπία ανάμεσα σε σφάλμα και ενεργειακό κέρδος. Ιδανικά, θα ήταν επιθυμητό να επιτυχανόταν πολύ μεγάλο ενεργειακό κέρδος με μηδενικό σφάλμα. Αυτό όμως δεν μπορεί να συμβεί στη φύση.

Στην πράξη, ένα σύστημα με όσο το δυνατό μεγαλύτερο ενεργειακό κέρδος με

παράλληλα όσο το δυνατό μικρότερο σφάλμα είναι αποδοτικότερο από ένα σύστημα που δεν τηρεί αυτές τις προδιαγραφές.

Με αυτή τη λογική, ένα μέτρο αποδοτικότητας του συστήματος ορίζεται ως εξής [11] :

$$u = \text{ενεργειακό κέρδος} + \frac{1}{1 + \text{ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα στον δέκτη}} \cdot \quad (4.17)$$

Όσο μεγαλύτερο είναι το ενεργειακό κέρδος, και ταυτόχρονα όσο μικρότερο είναι το μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα, τόσο αποδοτικότερο είναι το σύστημα, και τόσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του u .

Επομένως, όσο μεγαλύτερο είναι το u , τόσο αποδοτικότερο είναι το σύστημα.

Η μέγιστη τιμή του u : $u = u_{max} = 2$ είναι στην ιδανική περίπτωση, όταν:

ενεργειακό κέρδος = 1 (max)

μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα = 0 (min)

4.5 Στόχος προτεινόμενου συστήματος

Ο βασικός στόχος του προτεινόμενου συστήματος είναι:

- όσο το δυνατό μεγαλύτερο ενεργειακό κέρδος
- παράλληλα με όχι σημαντική αύξηση του ποσοστιαίου τετραγωνικού σφάλματος

Το σύστημα εκμεταλλεύεται την ιδιότητα της PCA να προκαλεί μεγάλες συμπιέσεις σε συσχετισμένη πληροφορία. Επίσης, ενδέχεται να προκαλέσει επιπλέον συμπύεση στην προς αποστολή πληροφορία πραγματοποιώντας Lagrange Extrapolation.

Όμως, ένα σημείο στο οποίο χρειάζεται προσοχή είναι ότι για να υπάρχει συνολικά μείωση στην ενέργεια που καταναλώνεται θα πρέπει η μείωση του ενεργειακού κόστους λόγω μειωμένων εκπομπών και λήψεων να υπερτερεί σημαντικά της αύξησης της υπολογιστικής ισχύος λόγω πραγματοποίησης PCA και Lagrange Extrapolation. Αυτό συνήθως συμβαίνει, όμως ενδέχεται να μην συμβαίνει όταν οι συμπιέσεις δεν είναι αρκετές.

Το προτεινόμενο σύστημα, μέσω των σεναρίων που προτάθηκαν, έχει μαθηματικοποιηθεί. Επιπλέον, και για τους δύο βασικούς στόχους του συστήματος υπάρχουν μέτρα που τους μετρούν και τους ποσοτικοποιούν.

Συνεπώς, μέσα από κατάλληλες προσομοιώσεις, είναι δυνατή η διερεύνηση των κατάλληλων τιμών για τις μαθηματικές παραμέτρους του συστήματος, οι οποίες οδηγούν

σε τιμές ενεργειακού κέρδους και ποσοστιαίου τετραγωνικού σφάλματος που εκφράζουν ένα όσο το δυνατό πιο αποδοτικό σύστημα. Και αυτός είναι στόχος των επόμενων κεφαλαίων.

5 ΠΡΩΤΗ ΣΕΙΡΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΩΝ. ΜΕΛΕΤΗ ΕΠΙΔΡΑΣΗΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΣΤΟΝ ΜΕΣΟ ΑΡΙΘΜΟ ΕΚΠΕΜΠΟΜΕΝΩΝ PCs ΚΑΙ ΣΤΟ ΣΦΑΛΜΑ

5.1 Στόχος προσομοιώσεων

Όπως έχουμε αναφερθεί προηγουμένως στα διάφορα σενάρια που μελετήσαμε, υπάρχουν κάποιες παράμετροι οι οποίες μαθηματικοποιούν την μελέτη των σεναρίων αυτών. Τρεις πολύ σημαντικές παράμετροι είναι η μεταβλητή m , η μεταβλητή l και η μεταβλητή l_1 . Η μεταβλητή m εκφράζει τον αριθμό των διανυσματικών μετρήσεων που χρησιμοποιούνται σε κάθε πίνακα συσχέτισης από τον οποίον προκύπτουν συντελεστές PCA διαδικασίας. Η μεταβλητή l εκφράζει τον αριθμό των διαδοχικών διανυσματικών μετρήσεων που μετατρέπονται σε PCs και που ακολουθούν τις m μετρήσεις από τις οποίες προέκυψαν οι PCA συντελεστές που χρησιμοποιήθηκαν για την μετατροπή τους σε PCs. Η μεταβλητή l_1 εκφράζει τον αριθμό των μετρήσεων οι οποίες είναι σε PCs και χρησιμοποιούνται ως “ιστορικές” μετρήσεις για την κατασκευή Lagrange πολυωνύμων.

Στη συνέχεια, θα επιχειρήσουμε να διερευνήσουμε πειραματικά το πώς οι μεταβλητές αυτές επηρεάζουν:

τον μέσο αριθμό των PCs που εκπέμπει ο πομπός όταν συμπιέζει μία μέτρηση και το μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα των μετρήσεων που ανακατασκευάζει ο δέκτης.

Όμως, πρέπει να τονίσουμε ότι τα συμπεράσματα που θα εξαχθούν από τις προσομοιώσεις που διερευνούν τον αριθμό των PCs δεν επαρκούν για να αποκτήσουμε ασφαλή εικόνα για την αποδοτικότητα του συστήματος που προτείνεται.

Το αν ο πομπός συνηθίζει να εκπέμπει συμπιεσμένες μετρήσεις με πολλούς ή λίγους PCs είναι μία πολύ καλή ένδειξη του αν επιτυγχάνεται ή όχι επιθυμητό ενεργειακό κέρδος. Όταν εκπέμπονται λιγότεροι PCs, τότε είναι λογικό να θεωρείται ότι το σύστημα επιτυγχάνει μεγάλο ενεργειακό κέρδος.

Όμως, το μέσο πλήθος των PCs που στέλνονται από τον πομπό δεν είναι ο μόνος παράγοντας που επηρεάζει τη συνολική κατανάλωση ενέργειας. Υπάρχουν και άλλοι παράγοντες που επηρεάζουν την ποσότητα της καταναλωμένης ενέργειας.

Ένας σημαντικός παράγοντας είναι η ίδια η φύση του Σεναρίου που χρησιμοποιείται. Για παράδειγμα, στο Σενάριο 1, σε κάθε περίοδο στέλνονται και m μετρήσεις που είναι ασυμπιέστες. Επομένως, στο Σενάριο 1 ενδεχομένως υπάρχει έντονη εξάρτηση από το

μέγεθος του m , με αποτέλεσμα, αν το m είναι πολύ μεγάλο, τότε η ενεργειακή επιβάρυνση λόγω αποστολής ασυμπιέστων μετρήσεων να υπερκαλύπτει μία ενεργειακή μείωση που θα επέφερε ένα πολύ μικρό μέσο πλήθος PCs που εκπέμπονται από τον πομπό. Από την άλλη, στο Σενάριο 2 σε κάθε περίοδο εκπέμπονται μόνο ασυμπιέστες πληροφορίες, με αποτέλεσμα το μέσο πλήθος εκπεμπόμενων PCs σε μία διακριτή στιγμή να είναι πιο αξιόπιστη ένδειξη ενεργειακού κέρδους.

Επίσης, το συνολικό ενεργειακό κόστος επηρεάζεται από το υπολογιστικό ενεργειακό κόστος της επεξεργασίας για PCA και ενδεχομένως και για Lagrange Extrapolation.

Παραδείγματα άλλων παραγόντων που επηρεάζουν το ενεργειακό κόστος είναι η εκπομπή του coeff και του meanH , και οι μειώσεις εκπομπών λόγω Lagrange Extrapolation.

Συνεπώς, οι παρακάτω προσομοιώσεις δεν θα μας δώσουν ασφαλή συμπεράσματα για την επίδραση των παραμέτρων στην αποδοτικότητα του συστήματος, αφού το πλήθος των PCs που εκπέμπονται σε κάθε διακριτή στιγμή δεν είναι ο μοναδικός παράγοντας που επηρεάζει το συνολικό ενεργειακό κέρδος. Επίσης, στις προσομοιώσεις αυτές δεν εξετάζονται ξεχωριστά τα προτεινόμενα Σενάρια. Συνεπώς, χρειάζεται μία νέα σειρά προσομοιώσεων, οι οποίες θα μελετήσουν απευθείας το ενεργειακό κέρδος και το σφάλμα, μέσω προσεκτικής εξέτασης του κάθε ενός Σεναρίου ξεχωριστά. Οι προσομοιώσεις αυτές, οι οποίες θα δώσουν ευθείς απαντήσεις σχετικά με την αποδοτικότητα του συστήματος, θα αναλυθούν στο επόμενο κεφάλαιο.

Παρ' όλα αυτά, τα συμπεράσματα που θα εξαχθούν από τις προσομοιώσεις του παρόντος κεφαλαίου θα είναι πολύ χρήσιμες σαν πρώτη επαφή με τις επιδράσεις των μαθηματικών παραμέτρων του συστήματος στην αποδοτικότητα του συστήματος, και θα μας πληροφορήσουν για τιμές ή εύρη τιμών των παραμέτρων που θα μπορούσαν να υιοθετηθούν στις επόμενες πιο πλήρεις προσομοιώσεις.

5.2 Δειγματικές μετρήσεις

Για να διερευνήσουμε την επίδραση των παραμέτρων αυτών στον αριθμό των PCs και στο σφάλμα πραγματοποιήσαμε κάποια πειράματα προσομοίωσης στο πρόγραμμα Matlab. Τα πειράματα αυτά βασίστηκαν σε ένα πειραματικό σύνολο από 387 διανυσματικές μετρήσεις. Η κάθε μία διανυσματική μέτρηση αποτελείται από 7 μεταβλητές και συμβολίζεται με:

$$\mathbf{x} = (\text{temp}_1, \text{hum}_1, \text{temp}_2, \text{hum}_2, \text{temp}_3, \text{hum}_3, \text{wind}_4) .$$

Όπως έχουμε πει και στα προηγούμενα σενάρια, σκοπός είναι ο πομπός A να εκπέμψει

τις μετρήσεις \mathbf{x} στον δέκτη B. Οι μετρήσεις \mathbf{x} επιδιώκεται να στέλνονται “συμπιεσμένες” σε PCs και αν είναι δυνατό οι PCs να προβλέπονται με Lagrange Extrapolation.

Η κάθε μία μέτρηση \mathbf{x} που στέλνει ο A, προτού επιχειρήσει να την “συμπιέσει”, αποτελείται από τις μετρήσεις θερμοκρασίας και υγρασίας αντίστοιχα $(temp_i, hum_i)$ που προέρχονται από τρεις αισθητήρες 1, 2 και 3, και από την μέτρηση ταχύτητας ανέμου $(wind_4)$ που προέρχεται από έναν τέταρτο αισθητήρα.

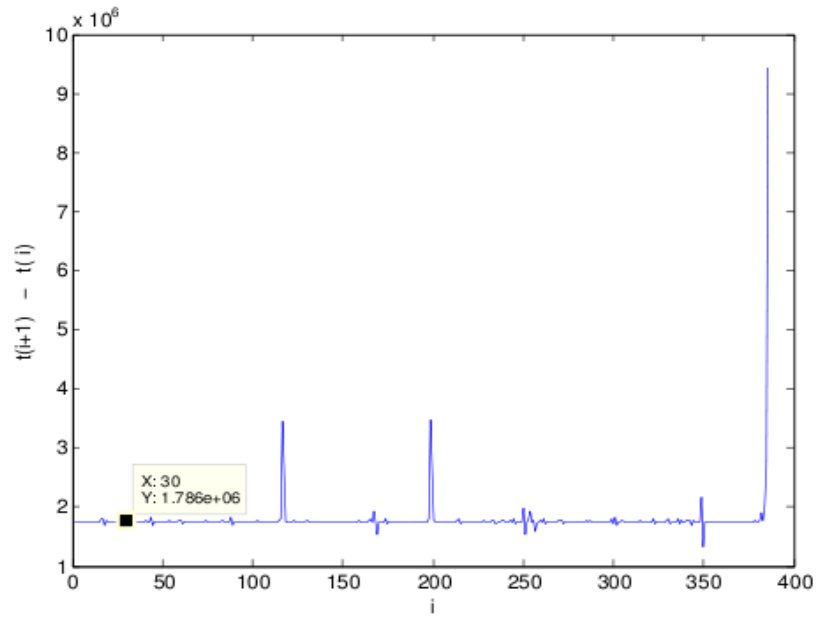
Στα επόμενα πειράματα που ακολουθούν, θεωρούμε ότι κάθε χρονική στιγμή t ο κόμβος A έχει συλλέξει ένα νέο διάνυσμα μετρήσεων $\mathbf{x} = (temp_1, hum_1, temp_2, hum_2, temp_3, hum_3, wind_4)$ από τους αισθητήρες και το στέλνει άμεσα στον κόμβο B (αφού πρώτα επιχειρήσει να το “συμπιέσει”). Στο ΣΧΗΜΑ 19 φαίνεται ότι οι χρονικές διαφορές ανάμεσα σε δύο διαδοχικές στιγμές t όπου ο πομπός A θεωρούμε ότι δέχεται τις μετρήσεις των αισθητήρων για να τις εκπέμψει στον B, είναι σχεδόν σταθερές, και ίσες περίπου με 1790300 msec. Στο σχήμα αυτό αναπαρίστανται γραφικά οι διαφορές $t_{i+1} - t_i$, για $i = 1, 2, \dots, 386$, που αφορούν τις χρονικές διαφορές ανάμεσα στην αποστολή δύο διαδοχικών διανυσματικών μετρήσεων \mathbf{x} . Στην πραγματικότητα, ο κόμβος A δεν δέχεται ταυτόχρονα τις μετρήσεις $(temp_i, hum_i)$ ή $(wind_4)$ των αισθητήρων, αλλά δέχεται και τις 7 μετρήσεις που απαιτούνται για το διάνυσμα \mathbf{x} μέσα σε ένα χρονικό διάστημα που τυχαίνει να είναι πάντα πολύ μικρότερο από τα 1790300 msec της περιόδου εκπομπής του A στον B. Επίσης, όποτε τύχαινε ένας αισθητήρας να μην δώσει τιμή στο διάστημα μιας περιόδου, τότε για την περίοδο αυτή θεωρούσαμε την τιμή που έδινε ο αισθητήρας στην αμέσως προηγούμενη περίοδο. Αν βάζαμε μηδενική τιμή για τον αισθητήρα στην περίπτωση αυτή, τότε θα έβγαιναν παραπλανητικά συμπεράσματα για τις συσχετίσεις των μεταβλητών, και άρα εσφαλμένες εκτιμήσεις για τους PCA συντελεστές.

Στο ΣΧΗΜΑ 20 απεικονίζονται τα 387 δείγματα των μετρήσεων θερμοκρασίας που μέτρησαν οι αισθητήρες 1, 2 και 3. Φαίνεται οι μεταβλητές $temp_1, temp_2$ και $temp_3$ να μεταβάλλονται σε μεγάλο βαθμό με τον ίδιο τρόπο και να είναι πολύ συσχετισμένες.

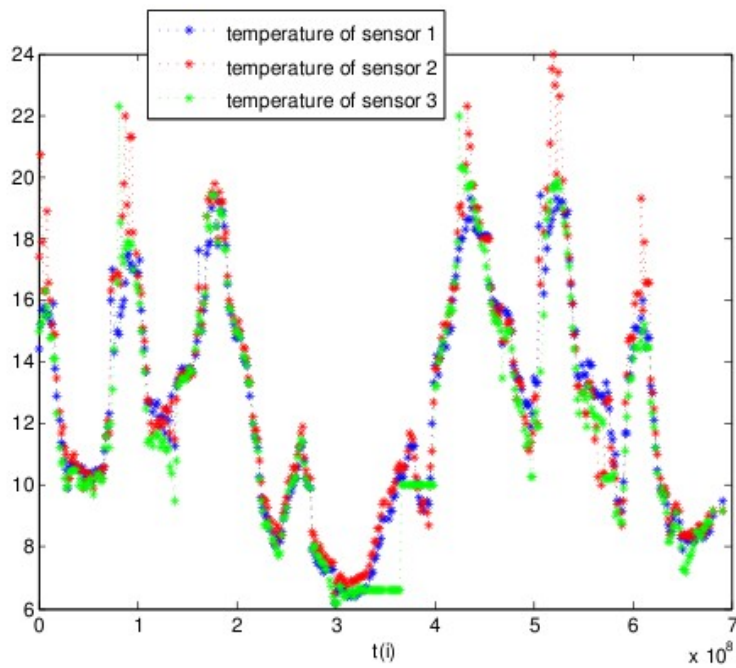
Στο ΣΧΗΜΑ 21 απεικονίζονται τα 387 δείγματα των μετρήσεων υγρασίας που μέτρησαν οι αισθητήρες 1, 2 και 3. Φαίνεται οι μεταβλητές hum_1, hum_2 και hum_3 να μεταβάλλονται σε μεγάλο βαθμό με τον ίδιο τρόπο και να είναι πολύ συσχετισμένες.

Στο ΣΧΗΜΑ 22 απεικονίζονται τα 387 δείγματα των μετρήσεων ταχύτητας ανέμου που μέτρησε ο αισθητήρας 4. Τα δείγματα της ταχύτητας του ανέμου φαίνεται να είναι πολύ ακανόνιστα και διακρίνεται μία τυχαιότητα σε αυτά.

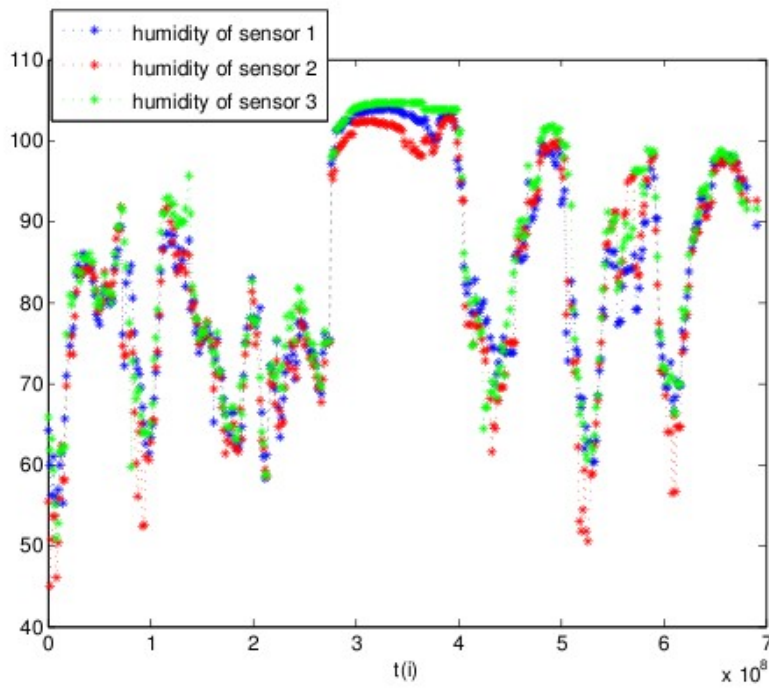
Στο ΣΧΗΜΑ 23 συγκρίνονται οι μετρήσεις θερμοκρασίας και υγρασίας του αισθητήρα 1. Φαίνεται να υπάρχει μία αντιστρόφως ανάλογη συμπεριφορά ανάμεσα στα δύο είδη δειγμάτων, και παρατηρείται μεγάλη συσχέτιση ανάμεσα σε θερμοκρασία και υγρασία.



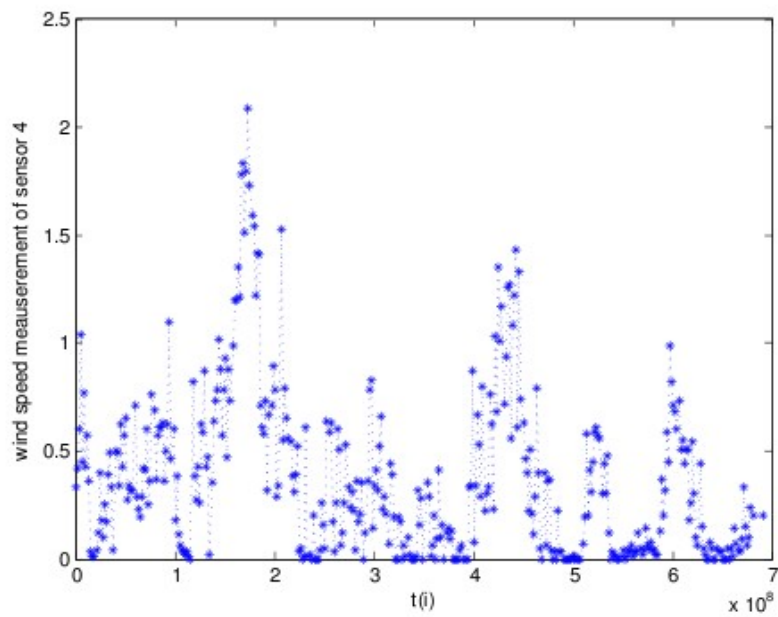
ΣΧΗΜΑ 19: Η περιοδικότητα των διανυσματικών δειγματικών μετρήσεων



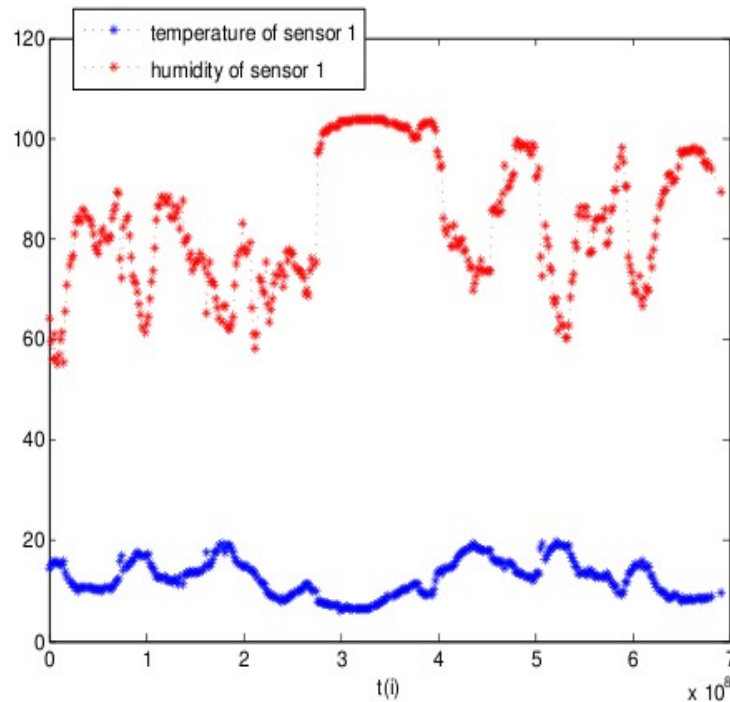
ΣΧΗΜΑ 20: Οι δειγματικές μετρήσεις θερμοκρασίας των τριών αισθητήρων



ΣΧΗΜΑ 21: Οι δειγματικές μετρήσεις υγρασίας των τριών αισθητήρων



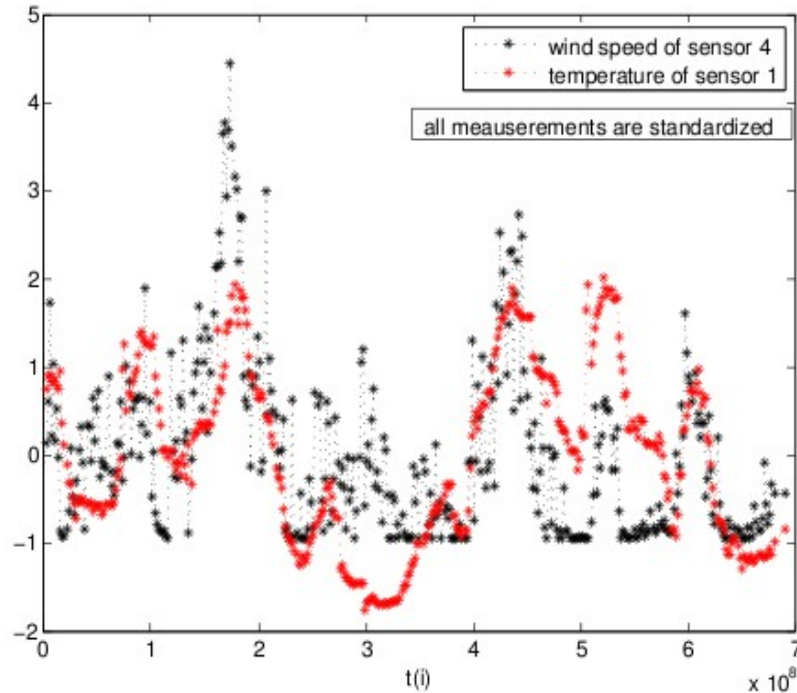
ΣΧΗΜΑ 22: Οι δειγματικές μετρήσεις ταχύτητας ανέμου



ΣΧΗΜΑ 23: Σύγκριση δειγματικών μετρήσεων θερμοκρασίας και υγρασίας ενός αισθητήρα

Στο ΣΧΗΜΑ 24 συγκρίνονται οι μετρήσεις θερμοκρασίας και ταχύτητας ανέμου δύο αισθητήρων. Από τις μετρήσεις έχουν αφαιρεθεί καταλλήλως οι μέσες τιμές και έχουν διαιρεθεί οι τυπικές αποκλίσεις, έτσι ώστε η οπτική σύγκριση να είναι ευκολότερη. Φαίνεται οι μετρήσεις της ταχύτητας ανέμου να είναι πολύ ακανόνιστες με αποτέλεσμα να είναι δύσκολο να συσχετιστούν τα δείγματα θερμοκρασίας και ταχύτητας ανέμου μεταξύ τους. Όμως, αν παρατηρήσουμε τη γενική συμπεριφορά μεταβολής των δειγμάτων ταχύτητας ανέμου, φαίνεται να υπάρχει μία τάση τα δείγματα ταχύτητας ανέμου να μεταβάλλονται σχετικά ανάλογα με τα δείγματα θερμοκρασίας. Συνεπώς, είναι δυνατό να υπάρχει κάποια μικρή συσχέτιση ανάμεσα σε τιμές ταχύτητας ανέμου και θερμοκρασίας. Επίσης, λόγω μεγάλου βαθμού αντίστροφης αναλογίας και συσχέτισης ανάμεσα στα δείγματα θερμοκρασίας και υγρασίας, είναι δυνατό να υπάρχει κάποια μικρή συσχέτιση ανάμεσα σε τιμές ταχύτητας ανέμου και υγρασίας.

Επομένως, το δείγμα των διανυσματικών μετρήσεων που θα χρησιμοποιήσουμε για τις προσομοιώσεις μας φαίνεται να αποτελείται από μεταβλητές που είναι γενικά συσχετισμένες σε μεγάλο βαθμό μεταξύ τους. Αυτό μας προϊδεάζει ότι αναμένουμε στις περισσότερες περιπτώσεις να έχουμε μικρό αριθμό από PCs κατά τις PCA διαδικασίες.



ΣΧΗΜΑ 24: Σύγκριση δειγματικών μετρήσεων θερμοκρασίας και ταχύτητας ανέμου δύο αισθητήρων

5.3 Επίδραση παραμέτρων στον μέσο αριθμό εκπεμπόμενων PCs και στο μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα

Για να διερευνήσουμε την επίδραση των παραμέτρων m και l στον αριθμό των PCs και στο σφάλμα πραγματοποιήσαμε κάποια πειράματα προσομοίωσης στο πρόγραμμα Matlab (Matlab2010b, για περιβάλλον Linux), χρησιμοποιώντας το δειγματικό σύνολο των 387 διανυσματικών μετρήσεων της μορφής που αναφέραμε. Πραγματοποιήσαμε δύο ειδών πειράματα, με διαφορετικό μοντέλο προσομοίωσης το καθένα.

5.3.1 Πείραμα 1

Όπως απεικονίζεται και στο ΣΧΗΜΑ 25, η διαδικασία του πειράματος 1 είναι η εξής. Παίρνουμε το σύνολο των 387 διανυσματικών μετρήσεων $\mathbf{x} = (temp_1, hum_1, temp_2, hum_2, temp_3, hum_3, wind_4)$ του δείγματος που αναφέραμε, και το χωρίζουμε σε ομάδες των m μετρήσεων. Για κάθε μία ομάδα i από m μετρήσεις ξεχωριστά, πραγματοποιούμε

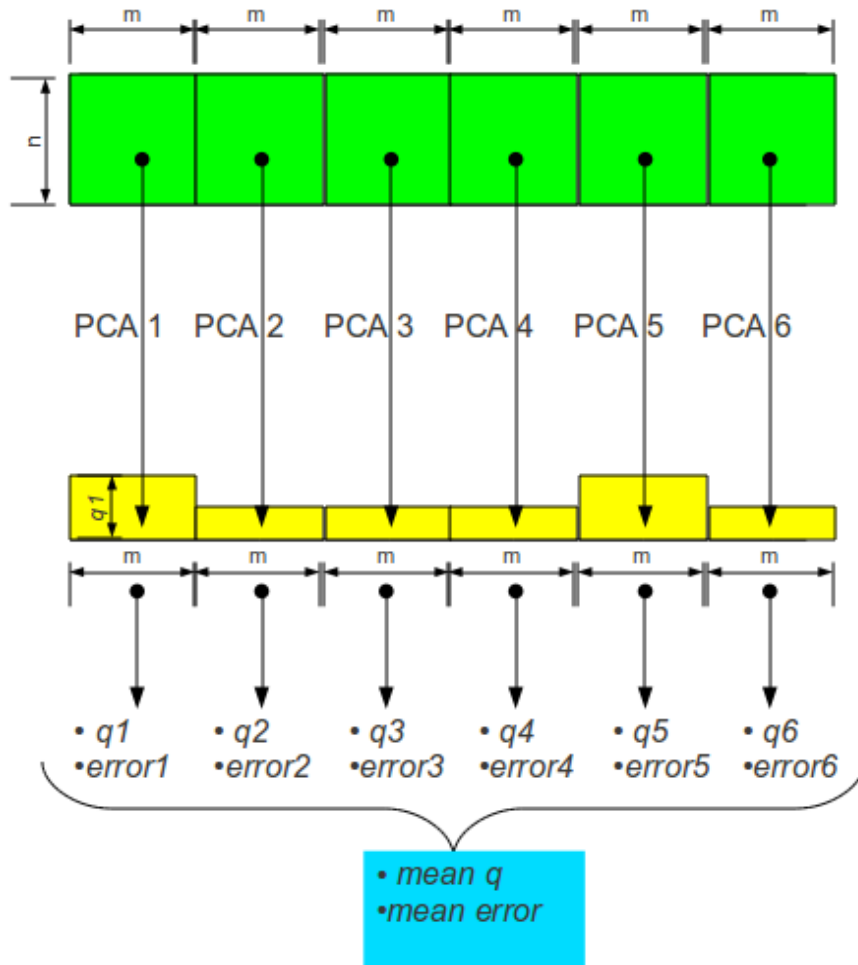
PCA και παίρνουμε ένα πίνακα *coeff* από συντελεστές για q_i σε αριθμό PCs. Ο αριθμός q_i των PCs είναι επιλεγμένος ώστε οι q_i PCs να αντιπροσωπεύουν μεταβλητότητα από p και πάνω, όπου $0 \leq p \leq 1$. Στη συνέχεια, με βάση τον πίνακα PCA συντελεστών αυτών μετατρέπονται οι m μετρήσεις της i -στής ομάδας σε διανύσματα $(pc_1, pc_2, \dots, pc_{q_i})$ από q_i PCs, και υπολογίζεται το μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα $error_i$ των ανακατασκευασμένων αυτών m μετρήσεων σε πραγματικές πάλι συντεταγμένες. Αφού γίνει αυτή η διαδικασία για όλες τις ομάδες m μετρήσεων του συνολικού δείγματος, έχουμε στη διάθεσή μας ένα σύνολο από τιμές q_i και $error_i$. Από τις τιμές αυτές παίρνουμε τη μέση τιμή του αριθμού των PCs: $meanq = mean(q_1, q_2, \dots)$ και τη μέση τιμή του μέσου ποσοστιαίου τετραγωνικού σφάλματος λόγω ανακατασκευής από PCs σε πραγματικές συντεταγμένες: $meanerror = mean(error_1, error_2, \dots)$.

Στο πείραμα 1 επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία για διάφορες τιμές του m και με αυτόν τον τρόπο συμπεραίνουμε για το πώς ο αριθμός m των μετρήσεων που χρησιμοποιούνται για τον πίνακα συσχέτισης της PCA διαδικασίας επηρεάζει τον αριθμό q των PCs που απαιτούνται για μία συγκεκριμένη ελάχιστη επιθυμητή μεταβλητότητα p , και το ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα λόγω ανακατασκευής από PCs σε πραγματικές συντεταγμένες

Πρέπει να διευκρινήσουμε ότι κάθε φορά η τιμή για το m εκλέγεται προσεχτικά, έτσι ώστε το σύνολο των 387 μετρήσεων να μπορεί να διαμεριστεί σε ομάδες των m μετρήσεων. Επειδή το συνολικό δείγμα δεν είναι δυνατό να διαιρείται πάντα επακριβώς, για αυτό μερικές ομάδες ενδέχεται να περιλαμβάνουν $m+1$ μετρήσεις και σε άλλες περιπτώσεις μερικές ομάδες ενδέχεται να περιλαμβάνουν $m-1$ μετρήσεις.

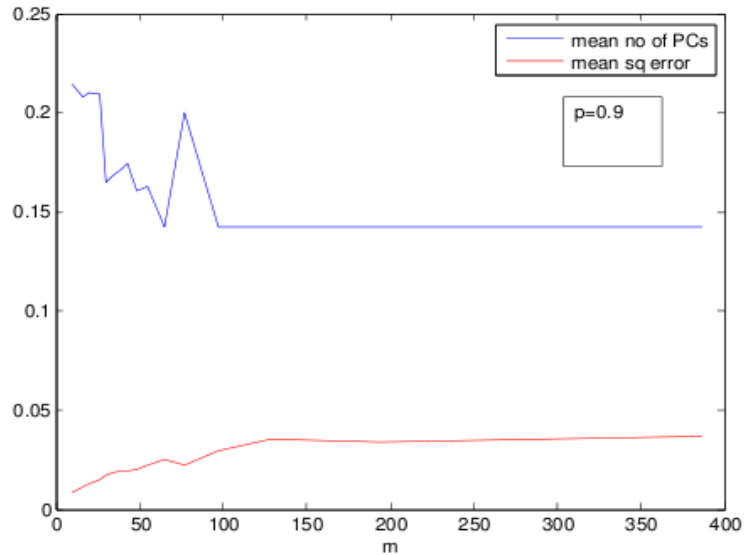
Επίσης, το ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα ορίζεται ως εξής. Έστω ότι μία μέτρηση $\mathbf{x} = (temp_1, hum_1, temp_2, hum_2, temp_3, hum_3, wind_4)$ μετατρέπεται σε διάνυσμα από q PCs $x_{pc} = (pc_1, pc_2, \dots, pc_q)$. Μετά η μέτρηση x_{pc} ανακατασκευάζεται σε πραγματικές συντεταγμένες και προκύπτει η $\mathbf{x}' = (temp_1', hum_1', temp_2', hum_2', temp_3', hum_3', wind_4')$. Το ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα λόγω ανακατασκευής της \mathbf{x}' από PCs σε πραγματικές συντεταγμένες, ορίζεται ακριβώς με τον ίδιο τρόπο που έχουμε ήδη δει, ως:

$$\frac{\|\mathbf{x}' - \mathbf{x}\|}{\|\mathbf{x}\|} = \frac{\sqrt{(temp_1' - temp_1)^2 + \dots + (wind_4' - wind_4)^2}}{\sqrt{temp_1^2 + \dots + wind_4^2}}.$$



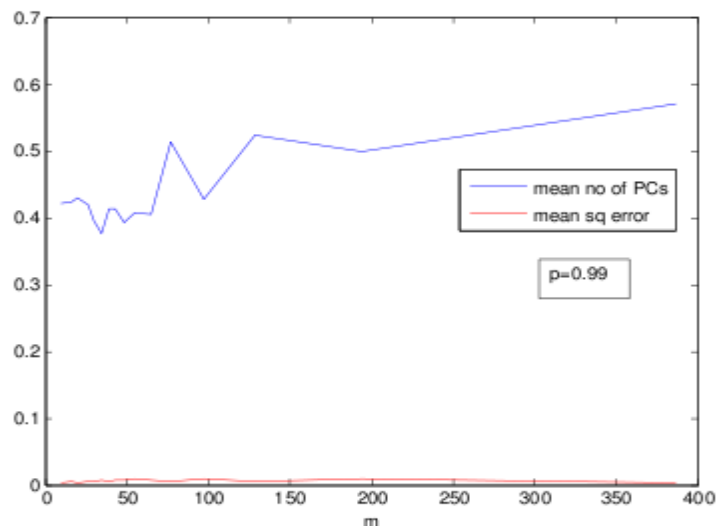
ΣΧΗΜΑ 25: Διαδικασία πειράματος 1 της πρώτης σειράς προσομοιώσεων

Στο ΣΧΗΜΑ 26 απεικονίζεται η γραφική παράσταση του κανονικοποιημένου μέσου αριθμού PCs που απαιτούνται (δηλαδή του $meanq / 7$, όπου 7 ο μέγιστος δυνατός αριθμός από PCs) και του μέσου ποσοστιαίου τετραγωνικού σφάλματος, για μερικές τιμές του m και για μεταβλητότητα $p=0.9$. Ο μέσος αριθμός των PCs είναι με μπλε χρώμα και το μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα είναι με κόκκινο χρώμα.



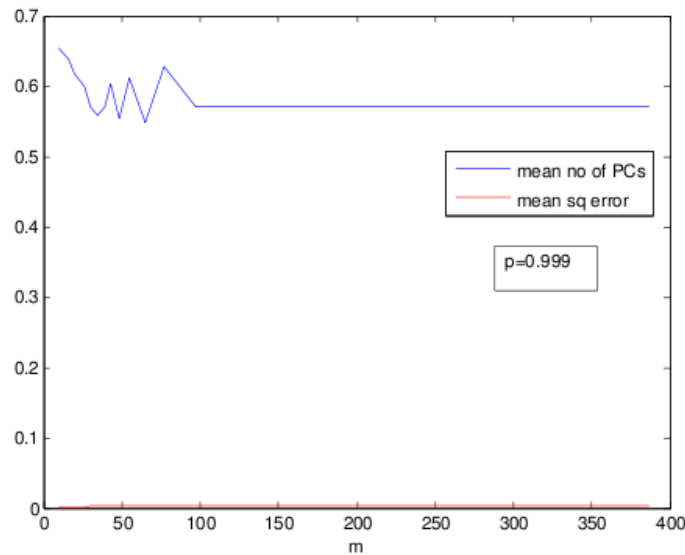
ΣΧΗΜΑ 26: Μέσος αριθμός PCs και μέσο σφάλμα πειράματος 1 της πρώτης σειράς προσομοιώσεων, για $\rho=0.9$

Στο ΣΧΗΜΑ 27 απεικονίζεται η γραφική παράσταση του κανονικοποιημένου μέσου αριθμού PCs που απαιτούνται και του μέσου ποσοστιαίου τετραγωνικού σφάλματος, για μερικές τιμές του m και για μεταβλητότητα $\rho=0.99$.



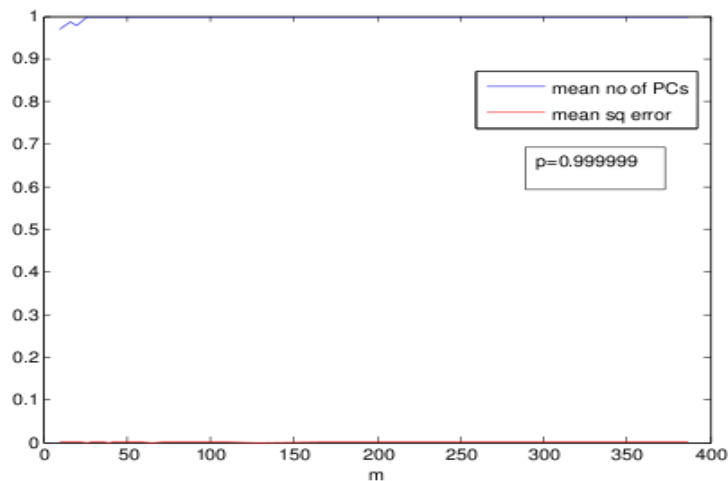
ΣΧΗΜΑ 27: Μέσος αριθμός PCs και μέσο σφάλμα πειράματος 1 της πρώτης σειράς προσομοιώσεων, για $\rho=0.99$

Στο ΣΧΗΜΑ 28 απεικονίζεται η γραφική παράσταση του κανονικοποιημένου μέσου αριθμού PCs που απαιτούνται και του μέσου ποσοστιαίου τετραγωνικού σφάλματος, για μερικές τιμές του m και για μεταβλητότητα $\rho=0.999$.



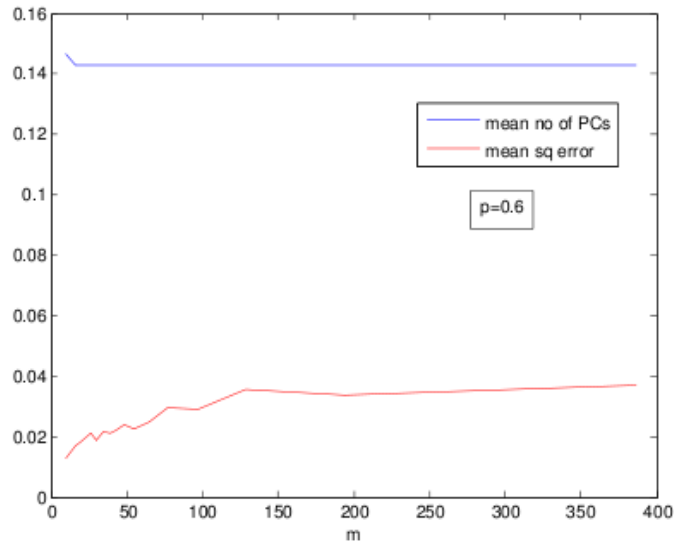
ΣΧΗΜΑ 28: Μέσος αριθμός PCs και μέσο σφάλμα πειράματος 1 της πρώτης σειράς προσομοιώσεων, για $\rho=0.999$

Στο ΣΧΗΜΑ 29 απεικονίζεται η γραφική παράσταση του κανονικοποιημένου μέσου αριθμού PCs που απαιτούνται και του μέσου ποσοστιαίου τετραγωνικού σφάλματος, για μερικές τιμές του m και για μεταβλητότητα $\rho=0.999999$.



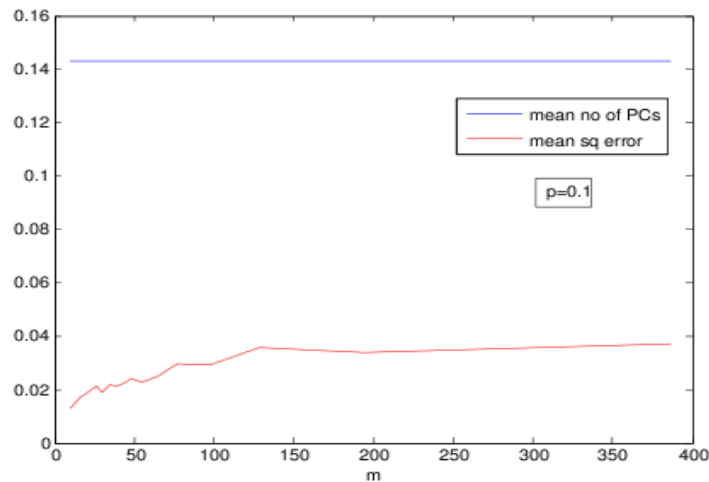
ΣΧΗΜΑ 29: Μέσος αριθμός PCs και μέσο σφάλμα πειράματος 1 της πρώτης σειράς προσομοιώσεων, για $\rho=0.999999$

Στο ΣΧΗΜΑ 30 απεικονίζεται η γραφική παράσταση του κανονικοποιημένου μέσου αριθμού PCs που απαιτούνται και του μέσου ποσοστιαίου τετραγωνικού σφάλματος, για μερικές τιμές του m και για μεταβλητότητα $\rho=0.6$.



ΣΧΗΜΑ 30: Μέσος αριθμός PCs και μέσο σφάλμα πειράματος 1 της πρώτης σειράς προσομοιώσεων, για $\rho=0.6$

Στο ΣΧΗΜΑ 31 απεικονίζεται η γραφική παράσταση του κανονικοποιημένου μέσου αριθμού PCs που απαιτούνται και του μέσου ποσοστιαίου τετραγωνικού σφάλματος, για μερικές τιμές του m και για μεταβλητότητα $\rho=0.1$.



ΣΧΗΜΑ 31: Μέσος αριθμός PCs και μέσο σφάλμα πειράματος 1 της πρώτης σειράς προσομοιώσεων, για $\rho=0.1$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ ΣΧΕΤΙΚΑ ΜΕ ΤΟΝ ΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΟ ΑΡΙΘΜΟ ΑΠΟ PCs:

- Για οποιαδήποτε τιμή του m , όταν αυξάνεται η ελάχιστη απαιτούμενη μεταβλητότητα ρ , τότε αυξάνεται και ο αριθμός των PCs που απαιτούνται. Από μία τιμή της ελάχιστης απαιτούμενης μεταβλητότητας ρ και κάτω, για τις περισσότερες τιμές του m , ο αριθμός των PCs που απαιτείται κυμαίνεται πολύ κοντά στο 1. Αυτό

είναι εμφανές όταν $\rho=0.1$, 0.6 και 0.9 . Τότε, για τις περισσότερες τιμές του m , ο απαιτούμενος αριθμός των PCs είναι 1, και άρα ο κανονικοποιημένος αριθμός των PCs είναι $1/7 = 0.1429$.

- Στην περίπτωση όπου η ελάχιστη απαιτούμενη μεταβλητότητα που θέλουμε να αντιπροσωπεύουν οι PCs είναι $\rho=0.9$, τότε παρατηρούμε το εξής. Για μικρές τιμές του m , υπάρχει η τάση να απαιτούνται περισσότεροι PCs. Καθώς όμως ο αριθμός m μεγαλώνει, ο αριθμός των PCs που απαιτούνται σταθεροποιείται στην ελάχιστη τιμή του. Αυτό εξηγείται ως εξής. Όταν το m είναι πολύ μικρό, ο πίνακας συσχέτισης που θα χρησιμοποιηθεί για την PCA δεν έχει προλάβει ακόμα να αντιληφθεί ικανοποιητικά την πραγματική συσχέτιση ανάμεσα στις μεταβλητές. Οι μετρήσεις είναι πολύ λίγες και δεν έχει προλάβει να φανεί μία μεταβλητή με σαφώς μεγαλύτερη μεταβλητότητα από τις άλλες. Επομένως, δεν έχει προλάβει ακόμα να ξεχωρίσει κάποιος PC ο οποίος να κυριαρχεί αισθητά έναντι των άλλων. Έτσι, για να καλυφθεί η ελάχιστη απαιτούμενη μεταβλητότητα $\rho=0.9$, θα πρέπει να ληφθούν υπόψη περισσότεροι PCs για τις μικρές αυτές τιμές του m . Όμως, όταν το m μεγαλώνει, οι μετρήσεις του πίνακα συσχέτισης αρχίζουν να δίνουν μία πιο συνολική και γενική εικόνα για το πώς σχετίζονται οι μεταβλητές μεταξύ τους. Έτσι, αν οι m μετρήσεις είναι αρκετά συσχετισμένες μεταξύ τους, γεγονός που ισχύει στο δείγμα μας, τότε είναι αρκετά πιθανό να υπερισχύει αισθητά ένας μόνο PC έναντι των άλλων, ο οποίος από μόνος του να ικανοποιεί την απαίτησή μας για μεταβλητότητα.
- Αν όμως η ελάχιστη απαιτούμενη μεταβλητότητα ρ παίρνει πολύ μεγάλες τιμές, με χαρακτηριστικά παραδείγματα τα $\rho=0.99$, 0.999 και 0.999999 , τότε, ακόμα και για μεγάλες τιμές των m , δεν μπορεί ένας μόνο PC να καλύψει όλη την απαιτούμενη μεταβλητότητα, και για αυτό απαιτούνται περισσότεροι PCs. Έτσι, όχι μόνο για μικρές, αλλά και για πιο μεγάλες τιμές του m , απαιτούνται περισσότεροι PCs, και δεν μπορεί να βγει κάποιο συμπέρασμα σχετικά με την εξάρτηση του απαιτούμενου αριθμού των PCs από την τιμή του m .
- Για μικρές τιμές της ελάχιστης απαιτούμενης μεταβλητότητας ρ , όπως $\rho=0.6$ ή 0.1 , τότε ένας PC είναι ικανός να καλύψει την μικρή απαιτούμενη μεταβλητότητα, για όλες σχεδόν τις τιμές του m , μικρές και μεγάλες. Έτσι, και σε αυτή την περίπτωση δεν μπορεί να βγει κάποιο συμπέρασμα σχετικά με την εξάρτηση του απαιτούμενου αριθμού των PCs από την τιμή του m .

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ ΣΧΕΤΙΚΑ ΜΕ ΤΟ ΠΟΣΟΣΤΙΑΙΟ ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΟ ΣΦΑΛΜΑ ΑΝΑΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ:

- Όταν η ελάχιστη απαιτούμενη μεταβλητότητα ρ είναι πολύ μεγάλη, όπως για παράδειγμα $\rho = 0.99$, 0.999 και 0.999999 , τότε για όλες τις τιμές του m , απαιτούνται περισσότεροι από ένας PCs, και το ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα, για όλες τις τιμές του m , είναι πολύ κοντά στο μηδέν.
- Για πιο μικρές τιμές της ελάχιστης απαιτούμενης μεταβλητότητας ρ , όπως $\rho = 0.9$, 0.6 και 0.1 , για τις περισσότερες τιμές του m , απαιτούνται ελάχιστοι, συνήθως ένας, PCs, και το ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα προσεγγίζει μία μικρή τιμή, η οποία είναι σχεδόν ίδια και για τις τρεις περιπτώσεις του ρ . Ο λόγος για τον οποίον και για τις τρεις τιμές του ρ το σφάλμα, για τις περισσότερες τιμές του m , είναι σχεδόν ίδιο, είναι ο εξής. Όταν η ελάχιστη απαιτούμενη μεταβλητότητα είναι 0.6 ή 0.1 , και επομένως αρκετά μικρή, τότε αρκεί σχεδόν για όλες τις τιμές του m ένας μόνο PC. Όμως, και για την περίπτωση όπου η ελάχιστη απαιτούμενη μεταβλητότητα είναι ίση με 0.9 και επομένως πολύ μεγαλύτερη, πάλι, για τις περισσότερες τιμές του m , αρκεί ένας μόνο PC. Έτσι, τελικά, και για τις τρεις περιπτώσεις του ρ , ο ένας PC που συνήθως χρησιμοποιείται είναι ικανός να καλύψει τουλάχιστον το 90% της μεταβλητότητας. Και αν οι PCs ικανοποιούν ένα μεγάλο ποσοστό της μεταβλητότητας, τότε το σφάλμα ανακατασκευής παίρνει πιο μικρές τιμές. Έτσι εξηγούνται οι μικρές και παρόμοιες τιμές σφάλματος. Όμως, πρέπει να σημειώσουμε ότι το δείγμα που χρησιμοποιούμε είναι αρκετά συσχετισμένο, και αυτός είναι ο λόγος που ακόμα και για μεγάλες τιμές του απαιτούμενου ρ αρκεί ένας μόνο PC. Έτσι, τα συμπεράσματα που βγάλαμε δεν μπορούν να ισχύουν υποχρεωτικά και για άλλα λιγότερο συσχετισμένα δείγματα.
- Για σχετικά μικρές τιμές της ελάχιστης απαιτούμενης μεταβλητότητας ρ , όπως $\rho = 0.9$, 0.6 και 0.1 , όπου για τις περισσότερες τιμές του m απαιτούνται ελάχιστοι, συνήθως ένας, PCs, παρατηρείται μία εξάρτηση του σφάλματος από την τιμή του m . Ενώ τα σφάλματα, όπως ήδη είπαμε, σταθεροποιούνται σε μία παρόμοια τιμή και στις τρεις περιπτώσεις του ρ , για μικρές τιμές του m , οι τιμές στα σφάλματα είναι μικρότερες. Αυτό οφείλεται στο ότι, όταν η τιμή του m είναι μικρή, τότε χρησιμοποιούνται λίγες μετρήσεις για τον πίνακα συσχέτισης της PCA διαδικασίας. Αν μετατραπούν σε διανύσματα από PCs οι ίδιες οι μετρήσεις που χρησιμοποιήθηκαν για τον πίνακα συσχέτισης, τότε είναι περισσότερο πιθανό οι ανακατασκευασμένες αυτές μετρήσεις σε πραγματικές συντεταγμένες να μην αποκλίνουν πολύ από τις αρχικές μετρήσεις, επειδή το πλήθος τους είναι μικρό.

Από την άλλη, αν ανακατασκευάζεται ένα σύνολο μετρήσεων πολύ μεγάλου πλήθους, είναι πιθανότερο να υπάρχουν συχνότερα αποκλίσεις από τις πραγματικές τιμές.

- Τα παραπάνω συμπεράσματα προήλθαν από την επεξεργασία ενός δείγματος αρκετά συσχετισμένου, το οποίο δίνει μεγαλύτερη μεταβλητότητα σε λιγότερα PCs, και γενικά μικρότερα σφάλματα. Για δείγματα μικρότερης συσχέτισης απαιτείται επιπρόσθετη διερεύνηση.

5.3.2 Πείραμα 2

Στο προηγούμενο πείραμα, κάθε φορά, παίρναμε ένα σύνολο από m μετρήσεις και κάνοντας PCA παράγαμε έναν πίνακα από συντελεστές για PCs. Μετά, χρησιμοποιώντας τον πίνακα αυτόν των PCA συντελεστών μετατρέπαμε τις ίδιες αυτές τις m μετρήσεις σε διανύσματα από PCs.

Ένα λογικό ερώτημα που προκύπτει είναι το τι θα άλλαζε ως προς τις προηγούμενες παρατηρήσεις μας, αν χρησιμοποιούσαμε κάθε φορά έναν πίνακα PCA συντελεστών για να μετατρέψουμε σε διανύσματα από PCs όχι τις ίδιες τις m μετρήσεις από τις οποίες προήλθαν οι PCA συντελεστές, αλλά άλλες μετρήσεις ; Με ποιό τρόπο θα επηρέαζε, τότε, το πλήθος m τον απαιτούμενο αριθμό από PCs και το σφάλμα ; Αν θεωρήσουμε ότι η μεταβλητή l εκφράζει τη μέγιστη απομάκρυνση των μετρήσεων που μετατρέπονται σε PCs από την πιο πρόσφατη από τις m μετρήσεις από τις οποίες προκύπτουν οι PCA συντελεστές, τότε η τιμή της μεταβλητής l πώς επηρεάζει το σφάλμα ;

Για να απαντήσουμε στα παραπάνω ερωτήματα που αφορούν την περίπτωση όπου οι μετρήσεις που μετατρέπονται σε PCs και οι μετρήσεις από τις οποίες προκύπτουν οι PCA συντελεστές είναι διαφορετικές, επιλέγουμε να προσομοιώσουμε το Σενάριο 2, όταν αυτό εκτελεί μόνο PCA και όχι Lagrange Extrapolation, για διάφορες τιμές των μεταβλητών του.

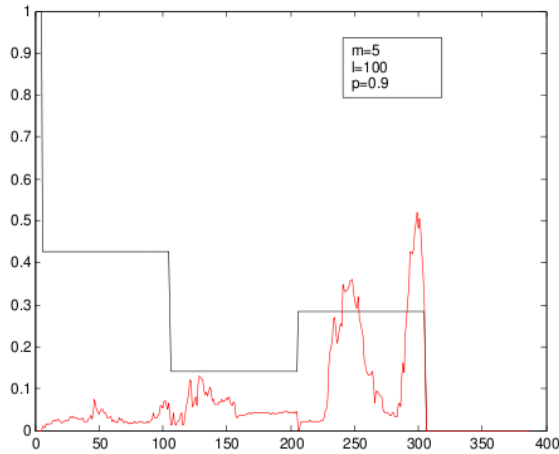
Κατά το Σενάριο 2, όταν αυτό εκτελεί μόνο PCA και όχι Lagrange Extrapolation, αρχικά στέλνονται οι m πρώτες μετρήσεις όπως ακριβώς είναι, σε πραγματικές συντεταγμένες. Μετά όμως συμβαίνει το εξής περιοδικά. Κατα μία περίοδο, ο πομπός A εκπέμπει l μετρήσεις αφού πρώτα τις μετατρέψει σε διανύσματα από PCs. Ο αριθμός των PCs αλλά και οι PCA συντελεστές για τις μετατροπές σε PCs των l μετρήσεων της περιόδου καθορίζονται από τις τελευταίες m μετρήσεις της προηγούμενης περιόδου, οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν για τον πίνακα συσχέτισης της PCA διαδικασίας. Αυτό

επαναλαμβάνεται σε κάθε περίοδο.

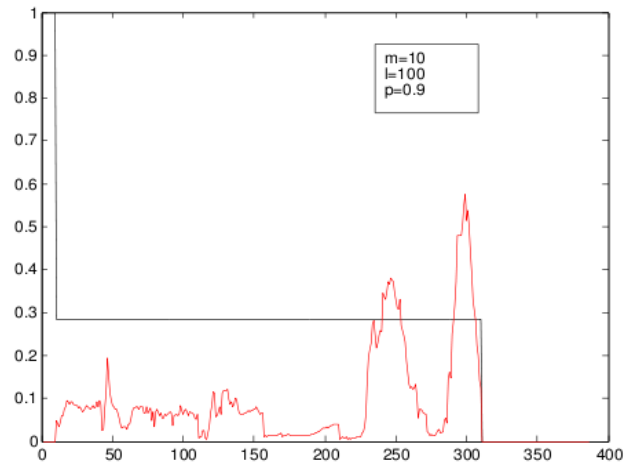
Προσομοιώσαμε το Σενάριο 2 για $l = 100$ και για τιμές $m = 5, 10, 20, 30, 40, 50, 70, 80$ και 100 . Στον ΠΙΝΑΚΑ 2 παρουσιάζονται οι αντίστοιχες τιμές του μέσου απαιτούμενου αριθμού των PCs για ελάχιστη απαιτούμενη μεταβλητότητα $\rho = 0.9$, και του μέσου ποσοστιαίου τετραγωνικού σφάλματος λόγω ανακατασκευής των μετρήσεων στον δέκτη. Το ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα ορίζεται όπως στο πείραμα 1, και η μέση τιμή του αφορά κάθε φορά μόνο το σύνολο των ομάδων από l μετρήσεις που λήφθηκαν υπόψη στο δείγμα μας. Στα ΣΧΗΜΑΤΑ 32 ως 40, για $l = 100$ και για τις τιμές m που αναφέραμε, απεικονίζονται ο αριθμός των PCs στους οποίους μετατρέπεται κάθε μία μέτρηση του δείγματος, και το ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα λόγω ανακατασκευής κάθε μίας μέτρησης του δείγματος. Στα σχήματα αυτά, ο οριζόντιος άξονας είναι ο αύξων αριθμός κάθε μίας μέτρησης του δείγματος. Με μαύρο χρώμα συμβολίζεται ο κανονικοποιημένος αριθμός των τιμών που στέλνονται από τον πομπό για μία μέτρηση. Για παράδειγμα, αν για την 150η μέτρηση στέλνεται ένας μόνο PC, τότε ο κανονικοποιημένος αριθμός των τιμών που στέλνονται για τη μέτρηση αυτή είναι: $1/7 = 0.1429$. Με κόκκινο χρώμα συμβολίζεται το ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα λόγω ανακατασκευής στον δέκτη κάθε μίας μέτρησης του δείγματος που εκπέμπεται.

ΠΙΝΑΚΑΣ 2: Μέσος αριθμός εκπεμπόμενων PCs και μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα του Σεναρίου 2 χωρίς προεκβολή Lagrange, για διάφορες τιμές m και για $\rho=0.9$

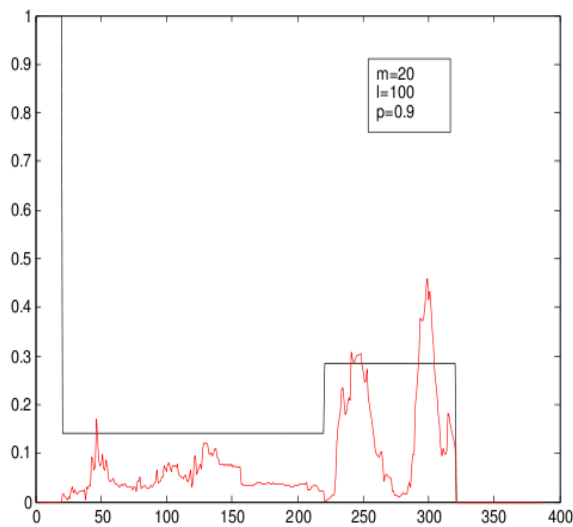
m	Μέσος απαιτούμενος αριθμός από PCs	Μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα
5	2	0.0853
10	2	0.0957
20	1.3333	0.0805
30	1.6670	0.0366
40	1.3333	0.0308
50	1.3333	0.0304
70	1	0.0375
80	1	0.0385
100	1	0.0367



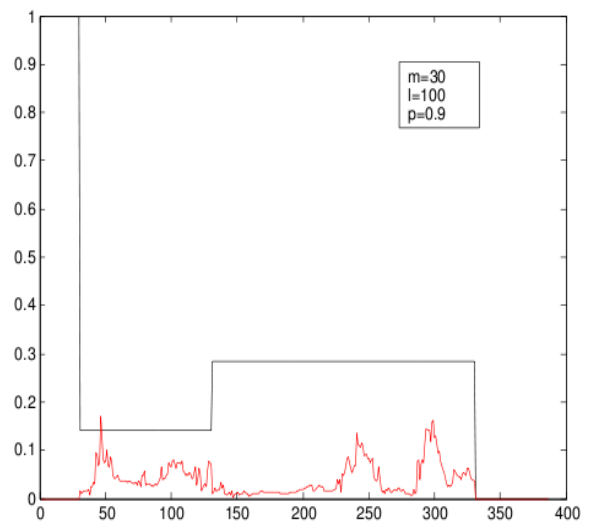
ΣΧΗΜΑ 32: Η συμπίεση και το σφάλμα κάθε μίας δειγματικής μέτρησης κατά τη λειτουργία του Σεναρίου 2 χωρίς προεκβολή Lagrange, για $m=5$



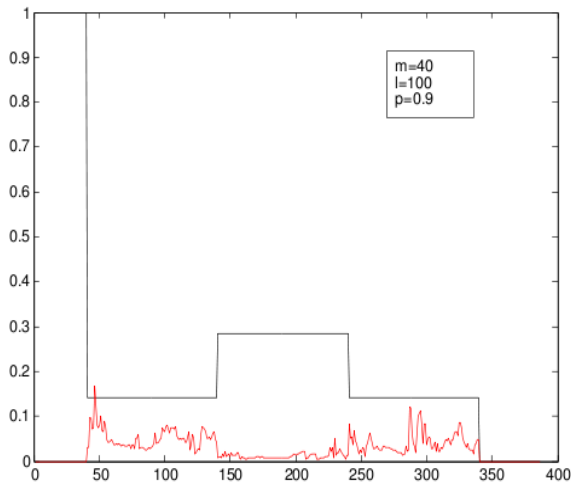
ΣΧΗΜΑ 33: Η συμπίεση και το σφάλμα κάθε μίας δειγματικής μέτρησης κατά τη λειτουργία του Σεναρίου 2 χωρίς προεκβολή Lagrange, για $m=10$



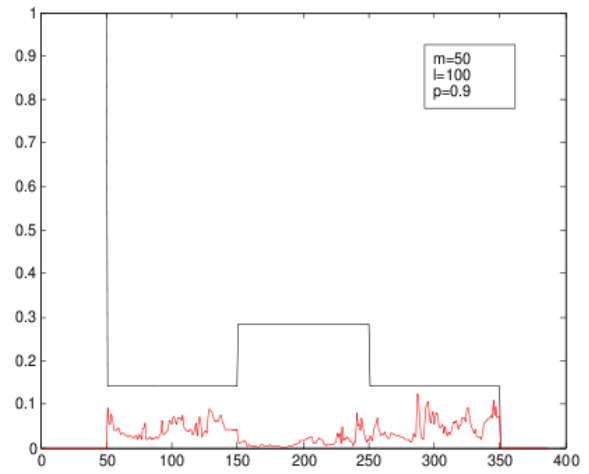
ΣΧΗΜΑ 34: Η συμπίεση και το σφάλμα κάθε μίας δειγματικής μέτρησης κατά τη λειτουργία του Σεναρίου 2 χωρίς προεκβολή Lagrange, για $m=20$



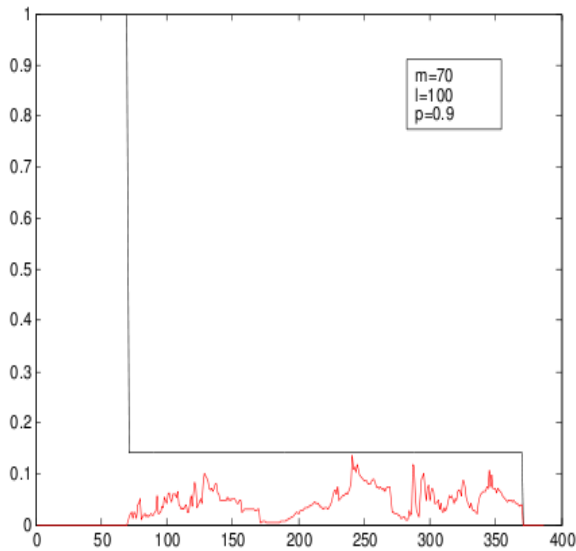
ΣΧΗΜΑ 35: Η συμπίεση και το σφάλμα κάθε μίας δειγματικής μέτρησης κατά τη λειτουργία του Σεναρίου 2 χωρίς προεκβολή Lagrange, για $m=30$



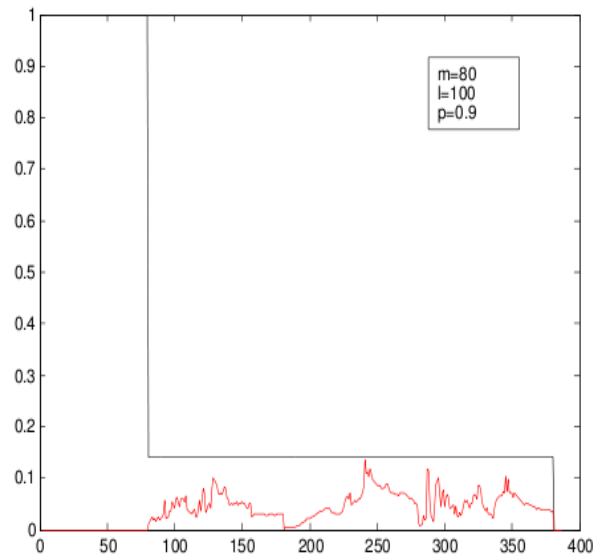
ΣΧΗΜΑ 36: Η συμπίεση και το σφάλμα κάθε μίας δειγματικής μέτρησης κατά τη λειτουργία του Σεναρίου 2 χωρίς προεκβολή Lagrange, για $m=40$



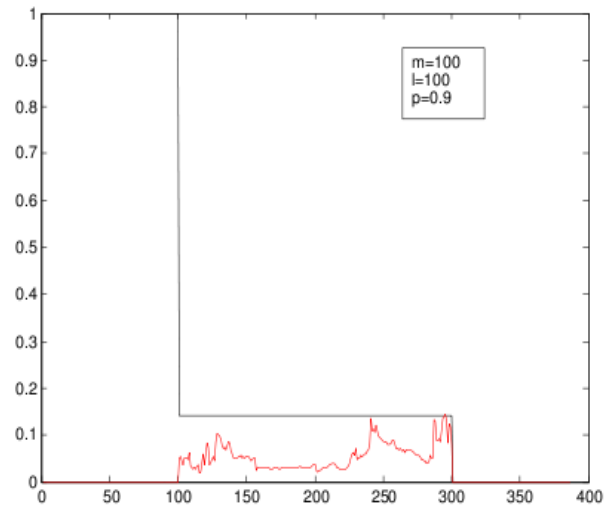
ΣΧΗΜΑ 37: Η συμπίεση και το σφάλμα κάθε μίας δειγματικής μέτρησης κατά τη λειτουργία του Σεναρίου 2 χωρίς προεκβολή Lagrange, για $m=50$



ΣΧΗΜΑ 38: Η συμπίεση και το σφάλμα κάθε μίας δειγματικής μέτρησης κατά τη λειτουργία του Σεναρίου 2 χωρίς προεκβολή Lagrange, για $m=70$



ΣΧΗΜΑ 39: Η συμπίεση και το σφάλμα κάθε μίας δειγματικής μέτρησης κατά τη λειτουργία του Σεναρίου 2 χωρίς προεκβολή Lagrange, για $m=80$



ΣΧΗΜΑ 40: Η συμπίεση και το σφάλμα κάθε μίας δειγματικής μέτρησης κατά τη λειτουργία του Σεναρίου 2 χωρίς προεκβολή Lagrange, για $m=100$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ:

- Από τα αποτελέσματα του δεύτερου πειράματος, παρατηρούμε ότι για αρκετά μικρές τιμές του m ο μέσος απαιτούμενος αριθμός από PCs είναι μεγαλύτερος. Αυτό συνέβαινε, για το ίδιο απαιτούμενο $\rho=0.9$, και στο πρώτο πείραμα.
- Παρατηρούμε ότι το μέσο σφάλμα έχει αρκετά μεγαλύτερες τιμές για πολύ μικρές τιμές του m , και ότι το μέσο σφάλμα μικραίνει με την αύξηση του m και σχεδόν σταθεροποιείται σε μία μικρότερη τιμή. Αυτή η συμπεριφορά είναι αντίστροφη με αυτή του πρώτου πειράματος, για το ίδιο απαιτούμενο $\rho=0.9$, αφού στο πρώτο πείραμα για μικρές τιμές του m εμφανιζόταν συνήθως μικρότερο σφάλμα.

Μία εξήγηση είναι η εξής. Όταν το πλήθος m των μετρήσεων για τον πίνακα συσχέτισης του PCA είναι αρκετά μικρό, τότε είναι πολύ πιθανό να μην είναι επαρκές για να εκτιμηθεί η σωστή συσχέτιση μεταξύ των μεταβλητών. Αν το m είναι επαρκώς μεγάλο, τότε μπορεί να εκτιμηθεί σωστότερα η συσχέτιση ανάμεσα στις δειγματικές μετρήσεις.

Για παράδειγμα, έστω ότι είχαμε μετρήσεις των δύο μόνο μεταβλητών x_1 και

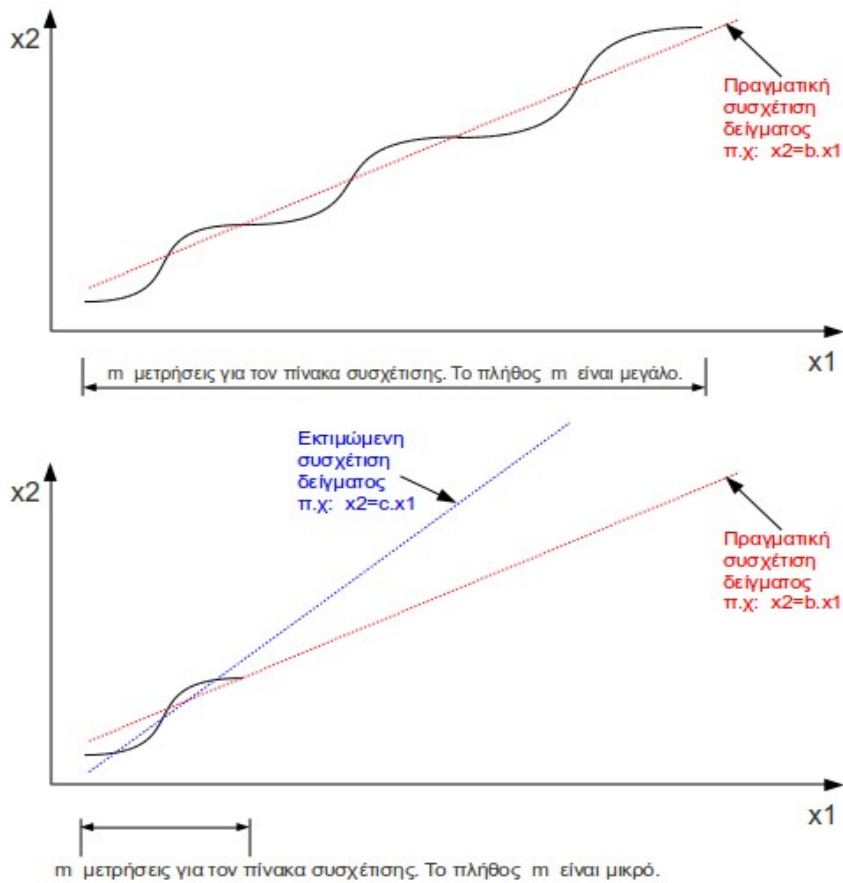
x_2 . Στο ΣΧΗΜΑ 41 φαίνεται πως η πραγματική συσχέτιση των δύο μεταβλητών θα μπορούσαμε προσεγγιστικά να πούμε ότι είναι: $x_2 = b \cdot x_1$. Αν χρησιμοποιήσουμε μεγάλο αριθμό δειγμάτων m για τον πίνακα συσχέτισης του PCA, τότε ο πίνακας συσχέτισης θα μπορούσε να αντιληφθεί την πραγματική συσχέτιση $x_2 = b \cdot x_1$ ανάμεσα στις δύο μεταβλητές. Έτσι, αν οι υπόλοιπες μετρήσεις πέρα των m αυτών μετρήσεων ακολουθούν την ίδια συσχέτιση, τότε η PCA διαδικασία θα μπορούσε να τις μετατρέψει και μετά να τις ανακατασκευάσει με αρκετά ικανοποιητικό σφάλμα. Όμως, αν για τον πίνακα συσχέτισης χρησιμοποιηθεί ένα πολύ μικρό πλήθος m μετρήσεων, τότε είναι πιθανό ο πίνακας συσχέτισης να μην μπορέσει να αντιληφθεί την πραγματική συσχέτιση των μεταβλητών του δείγματος, αλλά να αντιληφθεί μία παραπλανητική και όχι σωστή συσχέτιση: $x_2 = c \cdot x_1$. Τότε, η PCA διαδικασία, τις μετρήσεις πέρα των m μετρήσεων θα τις συμπιέζε και θα τις ανακατασκεύαζε βασιζόμενη σε λάθος συσχέτιση, με αποτέλεσμα οι ανακατασκευασμένες μετρήσεις να δίνουν μεγαλύτερα σφάλματα.

Το παράδειγμα αυτό έκανε την υπόθεση ότι όλες οι μετρήσεις του δείγματος, είτε εντός είτε εκτός του συνόλου των m , ακολουθούν την ίδια συσχέτιση. Στην πράξη όμως, δεν μπορούμε να είμαστε σίγουροι ότι τα δείγματα που βρίσκονται εκτός του συνόλου των m , και ιδιαίτερα τα απομακρυσμένα από το σύνολο των m , αποτελούνται από μεταβλητές με την ίδια συσχέτιση με τις μεταβλητές των δειγμάτων εντός του συνόλου των m . Αν η PCA διαδικασία μετατρέπει και ανακατασκευάζει δείγματα νομίζοντας συσχέτιση διαφορετική από την πραγματική, τότε εμφανίζονται μεγαλύτερα σφάλματα. Αυτό φάνηκε και στο παραπάνω παράδειγμα, όταν το m πήρε πολύ μικρές τιμές. Αν το συνολικό δείγμα είναι τέτοιο, που ακόμα και για μεγάλα m , πάλι οι εκτιμώμενες και πραγματικές συσχετίσεις διαφέρουν πολύ, τότε δεν μπορεί να γίνει καμία εκτίμηση του σφάλματος, αφού το σφάλμα ανακατασκευής γίνεται απολύτως τυχαίο. Επομένως, σε αυτή την περίπτωση δεν θα μπορούσε να εξαχθεί κάποιο συμπέρασμα για τη σχέση ανάμεσα στο μέγεθος του m και στο μέγεθος του σφάλματος, γιατί το σφάλμα θα μειωνόταν απλά όποτε τύχαινε η εκτιμώμενη και η πραγματική συσχέτιση των μεταβλητών της μέτρησης που υφίσταται συμπύεση να είναι πολύ κοντά. Όμως, τότε το γεγονός ότι το σφάλμα θα ήταν μικρό θα οφειλόταν κυρίως στο ότι έτυχε η εκτιμώμενη και η πραγματική συσχέτιση των μεταβλητών της μέτρησης που υφίσταται PCA να είναι πολύ κοντά, και όχι γιατί το πλήθος m ήταν μικρό ή μεγάλο.

Συμπερασματικά, η παραπάνω παρατήρηση σχετικά με την αύξηση του μέσου

σφάλματος για αρκετά μικρές τιμές του m , ισχύει όταν οι μετρήσεις του δείγματος αποτελούνται από μεταβλητές που σχετίζονται με αρκετά όμοιο τρόπο. Σε διαφορετική περίπτωση, το σφάλμα γίνεται απρόβλεπτο και δεν μπορούμε να το μεγαλώσουμε ή να το μικρύνουμε ρυθμίζοντας κάποια παράμετρο.

- Παρατηρούμε ότι τα στιγμιαία σφάλματα των μετρήσεων κυμαίνονται γενικά σε μικρές και παρόμοιες τιμές, για όλες τις τιμές του m . Όμως, για μικρές τιμές του m , όπως $m = 5, 10$ και 20 , παρατηρούμε ότι υπάρχουν κάποιες μετρήσεις οι οποίες δίνουν αισθητά μεγαλύτερο σφάλμα ανακατασκευής από ότι οι υπόλοιπες. Η παρατήρηση αυτή επιβεβαιώνει την προηγούμενη παρατήρηση σχετικά με την αύξηση του μέσου σφάλματος για αρκετά μικρές τιμές του m . Το γεγονός ότι για τις μικρές αυτές τιμές του m , το σφάλμα δεν αυξάνεται έντονα για όλες τις μετρήσεις του δείγματος, αλλά για κάποιες μεμονωμένες, εξηγείται από το ότι το μικρό πλήθος m των μετρήσεων του πίνακα συσχέτισης δεν σημαίνει ότι θα οδηγήσει οπωσδήποτε σε παραπλανητική εκτίμηση της συσχέτισης, αλλά απλώς έχει μεγαλύτερη πιθανότητα να οδηγήσει σε παραπλανητική εκτίμηση της συσχέτισης.
- Πρέπει να αναφέρουμε ότι τα παραπάνω συμπεράσματα αναφέρονται σε μία πιο γενική και συνολική παρατήρηση του συνολικού δείγματος. Για παράδειγμα, όταν το πλήθος m είναι μικρό, φαίνεται να είναι πιθανότερη η εμφάνιση μετρήσεων με μεγαλύτερο σφάλμα ανακατασκευής. Όμως, αυτό δεν σημαίνει ότι δεν μπορεί να υπάρξουν περιπτώσεις όπου το πλήθος m είναι μικρό και εμφανίζονται μετρήσεις με μικρότερο σφάλμα ανακατασκευής. Έτσι, τα συμπεράσματα δίνουν μία γενική αίσθηση για τη συμπεριφορά του σφάλματος, αλλά είναι αδύνατο να βγάλουμε με βεβαιότητα συμπεράσματα, καθώς το δείγμα δεν έχει απολύτως σταθερά χαρακτηριστικά, αλλά είναι αδύνατο και να διερευνήσουμε όλες τις κατηγορίες δειγμάτων και τις διαφορετικές συνθήκες που μπορεί να επικρατούν κατά την PCA διαδικασία σε αυτά.



ΣΧΗΜΑ 41: Παράδειγμα επίδρασης του πλήθους m των μετρήσεων από τις οποίες προκύπτει ο πίνακας συσχέτισης στο σφάλμα

5.3.3 Επίδραση της τιμής της παραμέτρου l_1 στο σφάλμα της προεκβολής Lagrange

Η παράμετρος l_1 εκφράζει τον αριθμό των μετρήσεων οι οποίες είναι σε PCs και χρησιμοποιούνται ως “ιστορικές” μετρήσεις για την κατασκευή Lagrange πολυωνύμων. Όπως εξηγήθηκε στα προηγούμενα σενάρια, αν απαιτούνται q PCs, τότε υπάρχουν q πολυώνυμα προεκβολής. Κάθε πολυώνυμο δημιουργήθηκε από ένα σύνολο από l_1 “ιστορικές” τιμές ενός συγκεκριμένου PC, οι οποίες αφορούν τις αμέσως προηγούμενες l_1 μετρήσεις από τη μέτρηση για την οποία θα προβλεφθεί με Lagrange Extrapolation ο PC αυτός.

Σκοπός μας είναι να διερευνήσουμε πειραματικά ποια είναι η βέλτιστη τιμή για το πλήθος l_1 ώστε να έχουμε το ελάχιστο σφάλμα λόγω Lagrange Extrapolation. Για τη διερεύνηση αυτή πραγματοποιήσαμε ένα πείραμα στο πρόγραμμα Matlab, χρησιμοποιώντας το δειγματικό σύνολο των 387 διανυσματικών μετρήσεων της μορφής που έχουμε ήδη

αναφέρει.

Το πείραμα ήταν το εξής. Χρησιμοποιήσαμε τις πρώτες $m=50$ μετρήσεις του δείγματος για την παραγωγή PCA συντελεστών, και με βάση τους συντελεστές αυτούς μετατρέψαμε σε PCs τις επόμενες 337 μετρήσεις του δείγματος, και κρατήσαμε μόνο τον κυριότερο PC για κάθε μία μέτρηση. Στη συνέχεια, για κάθε μία i -στή μέτρηση, με $(m + l_1 + 1) \leq i \leq 387$, κάναμε το εξής. Χρησιμοποιήσαμε τις τιμές του κύριου PC που αντιστοιχούν στις αμέσως l_1 προηγούμενες μετρήσεις της i -στής μέτρησης, με σκοπό τη δημιουργία πολυωνύμου προεκβολής για την πρόβλεψη της τιμής του κύριου PC της i -στής μέτρησης με Lagrange Extrapolation. Μετά την πρόβλεψη αυτή, υπολογίσαμε το ποσοστιαίο σφάλμα ως το λόγο της απόλυτης τιμής της διαφοράς ανάμεσα στην προβλεπόμενη και την πραγματική τιμή του PC της i -στής μέτρησης προς την πραγματική τιμή του PC της i -στής μέτρησης. Κάνοντας την ίδια διαδικασία για όλες τις μετρήσεις από την $(m + l_1 + 1)$ -ή ως την 387-ή, είχαμε στη διάθεσή μας το ποσοστιαίο σφάλμα για κάθε μία από αυτές τις μετρήσεις. Στη συνέχεια, για αυτό το σύνολο των μετρήσεων, υπολογίσαμε το ποσοστό των φορών που το ποσοστιαίο σφάλμα ήταν μικρότερο ή ίσο από ένα κατώφλι. Το κατώφλι επιλέχθηκε ίσο με 0.2.

Επαναλάβαμε τη διαδικασία αυτή για $l_1 = 3, 5, 7, 10, 15, 20$ και 30. Τα αποτελέσματα του ποσοστού των φορών που το ποσοστιαίο σφάλμα ήταν μικρότερο ή ίσο από 0.2, για κάθε μία από τις τιμές αυτές l_1 , παρουσιάζονται στον ΠΙΝΑΚΑ 3.

ΠΙΝΑΚΑΣ 3: Πειραματική μελέτη της επίδρασης του μεγέθους της παραμέτρου l_1 στο ποσοστό των φορών που το ποσοστιαίο σφάλμα της προεκβολής Lagrange είναι ≤ 0.2

l_1	Ποσοστό (%) των φορών που το ποσοστιαίο σφάλμα της πρόβλεψης της τιμής του PC είναι ≤ 0.2
3	50.90%
5	31.63%
7	16.36%
10	0.00%
15	0.00%
20	0.00%
30	0.00%

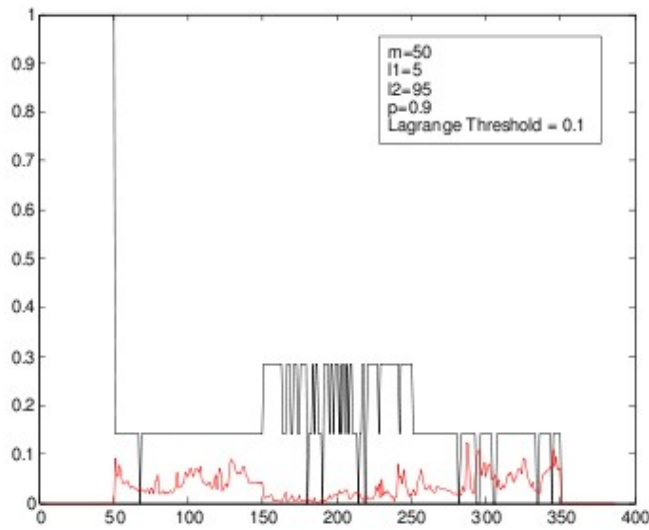
ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ:

Από τον ΠΙΝΑΚΑ 3 είναι εμφανές ότι όταν οι τιμές του I_1 είναι αρκετά μικρές, τότε εμφανίζονται πολύ συχνότερα μικρά ποσοστιαία σφάλματα. Όταν η τιμή του I_1 αυξάνεται, τότε μειώνεται απότομα το ποσοστό των φορών που εμφανίζεται μικρό ποσοστιαίο σφάλμα.

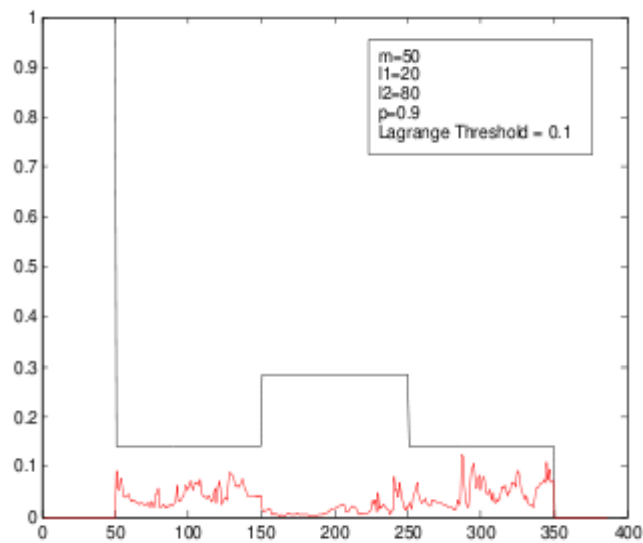
Όταν χρησιμοποιούμε στα Σενάρια που έχουμε ήδη αναφέρει και Lagrange Extrapolation, τότε επιθυμούμε να εμφανίζονται συχνά ποσοστιαία σφάλματα λόγω πρόβλεψης των PCs, τα οποία όμως να έχουν πολύ μικρή τιμή. Ο λόγος που θέλουμε να εμφανίζονται συχνά ανεκτά σφάλματα, είναι γιατί μόνο αν τα Lagrange Extrapolation σφάλματα είναι μικρά μπορεί ο πομπός να εκπέμπει “αναγνωριστικά bits” αντί των αντίστοιχων τιμών των PCs. Έτσι, αν εμφανίζονται συχνότερα Lagrange Extrapolation σφάλματα που είναι αρκετά μικρά και ανεκτά, τότε επιτυγχάνεται και μεγαλύτερη μείωση της εκπομπής τιμών. Και η συχνότερη εμφάνιση μικρών Lagrange Extrapolation σφαλμάτων φαίνεται να συμβαίνει όταν το I_1 παίρνει πολύ μικρές τιμές.

Το γεγονός ότι όταν το I_1 παίρνει πολύ μικρές τιμές, τότε επιτυγχάνεται μεγαλύτερη μείωση της εκπομπής τιμών επιβεβαιώνεται και από τα ΣΧΗΜΑΤΑ 42 και 43. Τα σχήματα αυτά απεικονίζουν την εκτέλεση του Σεναρίου 2, όταν πραγματοποιείται και Lagrange Extrapolation, για $m=50$, $l=100$, ελάχιστη επιθυμητή μεταβλητότητα $\rho=0.9$, και κατώφλι για το ποσοστιαίο Lagrange Extrapolation σφάλμα, η υπέρβαση του οποίου απαγορεύει την αποστολή “αναγνωριστικού bit”, ίσο με 0.1. Στα σχήματα αυτά, ο οριζόντιος άξονας είναι ο αύξων αριθμός κάθε μίας μέτρησης του δείγματος. Με μαύρο χρώμα συμβολίζεται ο κανονικοποιημένος αριθμός των τιμών που στέλνονται από τον πομπό για μία μέτρηση. Με κόκκινο χρώμα συμβολίζεται το ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα λόγω ανακατασκευής στον δέκτη κάθε μίας μέτρησης του δείγματος που εκπέμπεται. Όμως, στο σφάλμα αυτό ενσωματώνεται και το Lagrange Extrapolation σφάλμα που ενδέχεται να υπάρχει. Στο ΣΧΗΜΑ 42 επιλέχθηκε πολύ μικρή τιμή του I_1 ίση με 5, ενώ στο ΣΧΗΜΑ 43 επιλέχθηκε μεγαλύτερη τιμή του I_1 ίση με 20. Είναι εμφανές ότι το σχήμα με την μικρότερη τιμή του I_1 έχει και την μικρότερη ποσότητα εκπεμπόμενων τιμών.

Επίσης, συγκρίνουμε τα ΣΧΗΜΑΤΑ 42 και 43 ως προς το ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα των μετρήσεων που ανακατασκευάζει ο δέκτης, λόγω PCA και Lagrange Extrapolation. Παρατηρούμε ότι οι μετρήσεις για τις οποίες στάλθηκαν κάποια “αναγνωριστικά bits” είχαν ασήμαντα μικρή μεταβολή στο ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα όταν ανακατασκευάστηκαν στον δέκτη, σε σύγκριση με το ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα όταν δεν στάλθηκαν για αυτές “αναγνωριστικά bits”.



ΣΧΗΜΑ 42: Οι μικρές τιμές για το $l1$ έχουν ως αποτέλεσμα εκπομπή λιγότερων τιμών σε σχέση με μεγαλύτερες τιμές για το $l1$



ΣΧΗΜΑ 43: Οι μεγάλες τιμές για το $l1$ έχουν ως αποτέλεσμα εκπομπή περισσότερων τιμών σε σχέση με μικρότερες τιμές για το $l1$

6 ΔΕΥΤΕΡΗ ΣΕΙΡΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΩΝ. ΜΕΛΕΤΗ ΕΠΙΔΡΑΣΗΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΣΤΟ ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΟ ΚΕΡΔΟΣ ΚΑΙ ΣΤΟ ΣΦΑΛΜΑ

6.1 Στόχος προσομοιώσεων

Το προτεινόμενο σύστημα, μέσω των σεναρίων του, έχει μαθηματικοποιηθεί μέσω των παραμέτρων m , n , l , l_1 , p και $LagrThr$, τα οποία εκφράζουν τον αριθμό των μετρήσεων που χρησιμοποιούνται για την παραγωγή του πίνακα $coeff$ της PCA διαδικασίας, τον αριθμό των πραγματικών διαστάσεων των μετρήσεων, τον αριθμό των μετρήσεων που συμπίεζονται σε PCs σε μία περίοδο, τον πλήθος των “ιστορικών” μετρήσεων που απαιτούνται για την Lagrange Extrapolation, το κατώφλι της συνολικής μεταβλητότητας που πρέπει να ικανοποιούν οι PCs, και το κατώφλι που δεν πρέπει να ξεπερνά το ποσοστιαίο σφάλμα της Lagrange Extrapolation πρόβλεψης ενός PC, αντίστοιχα.

Προσομοιώνονται τα Σενάρια 1 και 2, για μεταβαλλόμενες τιμές των παραμέτρων m και l , και για σταθερές τις υπόλοιπες παραμέτρους. Το Σενάριο 3 δεν προσομοιώνεται επειδή, όπως έχει ήδη αναφερθεί, έχει απορριφθεί. Επίσης, η παραλλαγή του Σεναρίου 1 δεν έχει νόημα να προσομοιωθεί, επειδή, όπως έχει ήδη ειπωθεί, είναι λιγότερο αποδοτικό από την αρχική εκδοχή του Σεναρίου 1. Τα Σενάρια 1 και 2 προσομοιώνονται με και χωρίς Lagrange Extrapolation.

Στόχος των προσομοιώσεων είναι να διερευνηθεί το πώς επηρεάζουν οι τιμές των παραμέτρων m και l
το ενεργειακό κέρδος
το μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα στον δέκτη
το μέτρο αποδοτικότητας του συστήματος u

Γενικότερα, οι προσομοιώσεις καλούνται να διερευνήσουν διάφορα θέματα όπως:

Για ποιες τιμές των παραμέτρων m και l το κάθε σενάριο εξασφαλίζει μέγιστο δυνατό ενεργειακό κέρδος χωρίς παράλληλα σημαντική αύξηση στο μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα

Να επιβεβαιωθεί ότι η PCA διαδικασία προκαλεί μεγάλες συμπίεσεις, και άρα και μεγάλο ενεργειακό κέρδος, όταν εφαρμόζεται σε διανυσματικές μετρήσεις με αρκετά συσχετισμένες μεταβλητές

Να επιβεβαιωθεί το αν, και κάτω υπό ποιες συνθήκες, η μείωση της ενέργειας εκπομπής και λήψης υπερτερεί σημαντικά της αύξησης της υπολογιστικής ενέργειας.

Αν η Lagrange Extrapolation βελτιώνει την αποδοτικότητα του συστήματος, ή αν, αντιθέτως, αυξάνει το σφάλμα αισθητά, ή προσθέτει υπολογιστική ισχύ η οποία δεν μπορεί να υπερκαλυφθεί από την μείωση εκπεμπόμενων και λαμβανόμενων τιμών. Ποιο από τα δύο προτεινόμενα σενάρια είναι πιο κοντά στους στόχους του συστήματος. Σύγκριση με το σύστημα TEEN [16]. Διερεύνηση σχετικά με το αν το προτεινόμενο σύστημα υπερτερεί ή όχι του TEEN ως προς το ενεργειακό κέρδος, ως προς το μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα στον δέκτη, ή ως προς και τα δύο.

6.2 Το σύστημα TEEN

Η εκδοχή του συστήματος TEEN [16] που χρησιμοποιείται στη μελέτη μας είναι η εξής. Υπάρχει ένας πομπός και ένας δέκτης. Όπως και στα σενάρια του προτεινόμενου συστήματος, ο πομπός επιθυμεί να στέλνει ανά διακριτές χρονικές στιγμές στον δέκτη μία n -διάστατη μέτρηση $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$. Από τις n τιμές του διανύσματος \mathbf{x} , μία τιμή x_i , με $i = 1, \dots, n$, στέλνεται στον δέκτη μόνο αν εκπληρούνται και οι 2 βασικές προϋποθέσεις:

- Πρέπει η x_i να είναι μεγαλύτερη ή ίση από ένα κατώφλι $hardThr_i$. Το $hardThr_i$ λέγεται σκληρό κατώφλι.
- Αν ισχύει η παραπάνω προϋπόθεση, τότε για να σταλεί η x_i θα πρέπει η ποσοστιαία μεταβολή της $\Delta\delta_i = |x_i - x_i'| / |x_i'|$ σε σχέση με την προηγούμενη τιμή x_i' που είχε σταλεί στον δέκτη να μην ξεπερνά ένα κατώφλι $softThr$. Το $softThr$ λέγεται μαλακό κατώφλι.

Συνεπώς βλέπουμε ότι το σύστημα TEEN είναι ένα σύστημα το οποίο μειώνει τις εκπεμπόμενες τιμές στον δέκτη, με συνέπεια την αύξηση του σφάλματος. Συνεπώς επιδιώκει τους ίδιους στόχους με το προτεινόμενο σύστημα, και θα μπορούσε να συγκριθεί μαζί του. Το TEEN χρησιμοποιεί διαφορετική και πιο απλοποιημένη φιλοσοφία, και δεν πραγματοποιεί συμπύεση στην πληροφορία.

Το ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα υπολογίζεται με τον ίδιο τρόπο με το προτεινόμενο σύστημα. Σε μία δεδομένη στιγμή που ο πομπός επιθυμεί να μεταδώσει πληροφορία, το ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα ορίζεται ως το μέτρο της διαφοράς του πραγματικού διανύσματος της μέτρησης στον πομπό από την διανυσματική μέτρηση που αντιλαμβάνεται ο δέκτης, προς το μέτρο του πραγματικού διανύσματος στον πομπό. Ο δέκτης είναι πολύ πιθανό να μην αντιλαμβάνεται το ίδιο διάνυσμα με τον πομπό, λόγω του ότι κάποιες τιμές του διανύσματος δεν μεταδίδονται και για αυτές ο δέκτης θεωρεί τις

παλιές τους τιμές. Επίσης, το μέτρο που χρησιμοποιείται συχνότερα είναι το μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα, που αφορά τη μέση τιμή των ποσοστιαίων τετραγωνικών σφαλμάτων σε όλη την διάρκεια μελέτης.

Οι τιμές ενεργειακού κόστους ανά εντολή και ανά bit είναι ίδιες με αυτές του συστήματος που προτείνεται. Το συνολικό ενεργειακό κόστος υπολογίζεται ως εξής. Για κάθε μία τιμή κάθε ενός διανύσματος, λόγω του ελέγχου τήρησης των παραπάνω προϋποθέσεων, το ενεργειακό κόστος αυξάνει κατά 4 nJ, δηλαδή κατά το κόστος μίας υπολογιστικής εντολής. Επίσης, κατά την αποστολή μίας τιμής, όταν ισχύουν και οι δύο προϋποθέσεις, το συνολικό ενεργειακό κόστος αυξάνεται κατά το ενεργειακό κόστος εκπομπής της τιμής αυτής. Το κόστος αυτό υπολογίζεται όπως θα υπολογιζόταν και για την εκπομπή της ίδιας τιμής στο προτεινόμενο σύστημα. Μετά τον υπολογισμό του συνολικού ενεργειακού κόστους, σε όλη τη διάρκεια λειτουργίας του TEEN, υπολογίζεται το ενεργειακό κέρδος ως η μείωση του συνολικού ενεργειακού κόστους σε σχέση με το κλασικό σύστημα, προς το συνολικό ενεργειακό κόστος του κλασικού συστήματος.

6.3 Εκτέλεση προσομοιώσεων

Οι προσομοιώσεις πραγματοποιούνται με κατάλληλους κώδικες που εκτελούνται στο πρόγραμμα Matlab (Matlab2010b, για περιβάλλον Linux).

Το δείγμα στο οποίο βασίστηκαν οι προσομοιώσεις είναι το ίδιο με αυτό που χρησιμοποιήθηκε στις προσομοιώσεις του προηγούμενου κεφαλαίου. Πρόκειται για δείγμα από 387 7-διάστατες διανυσματικές μετρήσεις της μορφής:

$$\mathbf{x} = (temp_1, hum_1, temp_2, hum_2, temp_3, hum_3, wind_4) .$$

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, οι μεταβλητές των μετρήσεων εκφράζουν μετρήσεις αισθητήρων θερμοκρασίας, υγρασίας και ταχύτητας ανέμου. Επίσης, οι μεταβλητές, ιδιαίτερα της θερμοκρασίας και της υγρασίας, είναι έντονα συσχετισμένες μεταξύ τους, κάτι το οποίο αναμένουμε να προκαλεί μεγάλη συμπίεση στην πληροφορία λόγω PCA.

Προσομοιώνονται τα Σενάρια 1 και 2, με και χωρίς Lagrange Extrapolation. Σε όλες τις περιπτώσεις, οι παράμετροι παίρνουν τις εξής τιμές:

$$n = 7 \text{ (λόγω των 7-διάστατων μετρήσεων του δείγματος)}$$

$$l_1 = 5$$

το κατώφλι που πρέπει να ικανοποιεί συνολικά το πλήθος των PCs ως προς το ποσοστό της συνολικής μεταβλητότητας του δείγματος που πρέπει να εκφράζει, είναι $p = 90\%$ (ή $\rho = 0.9$)

$$LagrThr = 0.02$$

Οι παράμετροι m και l παίρνουν διάφορες τιμές, και στοχεύεται, σε κάθε περίπτωση προσομοίωσης, να υπολογιστεί το ενεργειακό κέρδος, το μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα στον δέκτη και το μέτρο αποδοτικότητας του συστήματος u , για διάφορες τιμές των m και l .

Επίσης, σε κάθε περίπτωση προσομοίωσης των Σεναρίων, υπάρχει σύγκριση με τα αντίστοιχα αποτελέσματα του συστήματος TEEN.

Για την προσομοίωση του TEEN:

χρησιμοποιήθηκε το ίδιο δείγμα με τις υπόλοιπες προσομοιώσεις

το σκληρό κατώφλι $hardThr_i$ τέθηκε ίσο με τη μέση τιμή της i -στής μεταβλητής, με $i=1, \dots, 7$, του δείγματος

το μαλακό κατώφλι τέθηκε ίσο με $softThr = 0.02$

Θέτοντας $softThr = LagrThr$, δίνεται η δυνατότητα να μπορέσει να συγκριθεί το σύστημα TEEN με το προτεινόμενο σύστημα. Και το $LagrThr$ και το $softThr$ εκφράζουν το ίδιο κατώφλι ως προς την ποσοστιαία μεταβολή μιας τιμής μέτρησης ενός αισθητήρα, και συνεπώς δηλώνουν ότι και τα δύο συστήματα έχουν την ίδια ανεκτικότητα ως προς την επιτρεπόμενη ποσοστιαία μεταβολή σε μία τιμή. Επιπλέον, και τα δύο συστήματα χρησιμοποιούν το ίδιο δείγμα μετρήσεων. Επομένως, για τους δύο παραπάνω λόγους, το προτεινόμενο και το TEEN σύστημα είναι δυνατό να συγκριθούν. Αν, για παράδειγμα, ίσχυε $softThr \gg LagrThr$, τότε το TEEN θα ήταν πολύ πιο ανεκτικό σε μεγάλα σφάλματα από ότι το προτεινόμενο σύστημα, και συνεπώς θα έδινε μεγαλύτερα σφάλματα. Όμως, θα ήταν λάθος να συμπεράνουμε ότι το προτεινόμενο σύστημα είναι πιο αξιόπιστο, αφού απλά ο σχεδιαστής επέλεξε να είναι το TEEN περισσότερο ανεκτικό σε σφάλματα, και η ανεκτικότητα θα μπορούσε ανά πάσα στιγμή να αλλάξει. Επομένως, ένα ασφαλέστερο συμπέρασμα για το πιο από τα δύο συστήματα είναι πιο αξιόπιστο θα μπορούσε να παρθεί αν και τα δύο συστήματα είχαν την ίδια ανεκτικότητα, και άρα τα ίδια κατώφλια. Επίσης, για να είναι πιο αξιόπιστη η σύγκριση καλό είναι τα δύο συστήματα να προσομοιώνονται με το ίδιο δείγμα.

6.4 Αποτελέσματα προσομοιώσεων – Παρατηρήσεις – Σχολιασμός

6.4.1 Σύστημα TEEN

- ενεργειακό κέρδος = 0.6081 (60.81%)
- μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα στον δέκτη = 0.1326 (13.26%)
- $u = 1.491$

Το ενεργειακό κέρδος είναι μεγάλο, ενώ το μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα δεν είναι ασήμαντο. Τα αποτελέσματα είναι λογικά, αφού το TEEN δεν εκπέμπει εύκολα πληροφορία, παρά μόνο αν ικανοποιούνται και οι δύο απαραίτητες προϋποθέσεις. Αυτό όμως έχει επίπτωση στην αξιοπιστία της πληροφορίας που αντιλαμβάνεται ο δέκτης.

6.4.2 Σενάριο 1 με PCA αλλά χωρίς Lagrange Extrapolation

Στο ΣΧΗΜΑ 44 απεικονίζεται το ενεργειακό κέρδος και το μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα του Σεναρίου 1 όταν εφαρμόζεται μόνο PCA, για διάφορους συνδυασμούς των m και l . Παράλληλα, υπάρχει και σύγκριση με τις αντίστοιχες τιμές του TEEN.

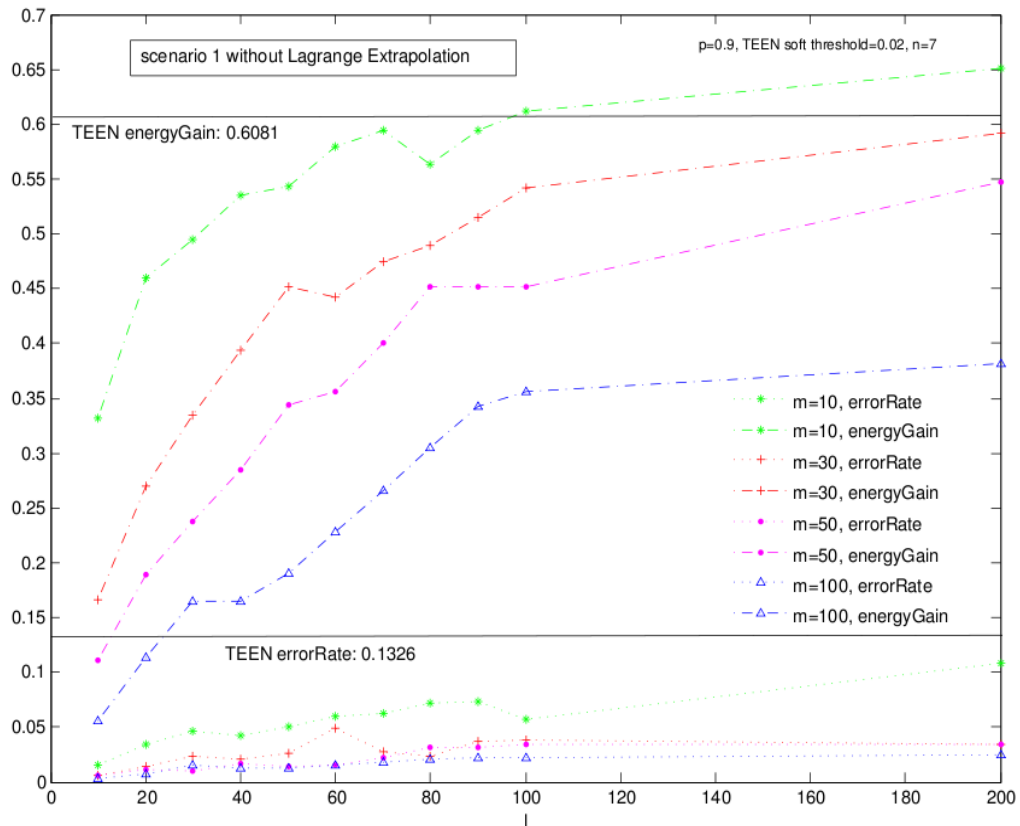
Οι τιμές του m είναι 10, 30, 50 και 100, ενώ οι τιμές του l είναι 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100 και 200.

Από το σχήμα παρατηρούνται τα εξής:

- Σε αρκετές περιπτώσεις, παρατηρείται μεγάλο ενεργειακό κέρδος, χωρίς παράλληλα σημαντική αύξηση του μέσου ποσοστιαίου τετραγωνικού σφάλματος.
- Όταν μεγαλώνει η τιμή του l τότε αυξάνεται το ενεργειακό κέρδος. Αυτό οφείλεται στο ότι όταν η τιμή του l είναι μεγάλη, τότε στο σύνολο του δείγματος των 387 μετρήσεων εμφανίζονται λιγότερες περιόδους $(m+l)$ μετρήσεων, με αποτέλεσμα να εκπέμπονται λιγότερες φορές ομάδες m ασυμπύεστων μετρήσεων, και ακολούθως συνολικά να εκπέμπονται λιγότερες ασυμπύεστες μετρήσεις, οι οποίες θα αύξαναν το ενεργειακό κόστος.
- Η αύξηση του l φαίνεται να οδηγεί σε ελαφρά, όχι σημαντική, αύξηση του μέσου ποσοστιαίου τετραγωνικού σφάλματος. Αυτό οφείλεται στο ότι, όταν το l αυξάνεται, τότε αυξάνεται και η πιθανότητα να υπάρχουν φορές που οι συσχετίσεις των μεταβλητών της πληροφορίας αλλάζουν, και έτσι ο πίνακας *coeff* να συμπιέζει και να αποσυμπιέζει μετρήσεις με απρόβλεπτο σφάλμα. Στο συγκεκριμένο δείγμα η

πληροφορία δείχνει να έχει σταθερή και μεγάλη συσχέτιση, και για αυτό το πρόβλημα που περιγράψαμε εμφανίζεται σε πολύ μικρό βαθμό. Όμως, σε ένα άλλο δείγμα με μεταβαλλόμενες συσχετίσεις, το πρόβλημα αυτό θα ήταν πιθανό να είναι πιο σοβαρό.

- Όσο μικρότερη είναι η τιμή του m , τόσο μεγαλύτερο είναι το ενεργειακό κέρδος, για όλες τις τιμές του l . Αυτό οφείλεται στο ότι όταν μικραίνει η τιμή του m , τότε εκπέμπονται λιγότερες τιμές ασυμπύεστες στις πραγματικές τους συντεταγμένες, με αποτέλεσμα τη συνολική μείωση των εκπεμπόμενων τιμών. Από την άλλη, όπως έχουμε δει, μία μικρή τιμή του m οδηγεί πιθανόν σε αύξηση του αριθμού των PCs. Παράλληλα, αυτό ενδεχομένως θα μπορούσε να οδηγήσει και σε αύξηση του αριθμού των εκπεμπόμενων πακέτων, αν η πληροφορία ξεπερνούσε τα επιτρεπτά 20 bytes του ενός πακέτου. Όμως, από την προσομοίωση φαίνεται ότι αυτό είναι αμελητέο σε σχέση με τη συνολική μείωση των τιμών που εκπέμπονται ασυμπύεστες, στην περίπτωση αυτή.
- Το ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα συνήθως παρουσιάζει ελαφρά μείωση όταν αυξάνει το m . Η μεγαλύτερη διαφορά παρατηρείται για την ελάχιστη τιμή του m . Η συμπεριφορά αυτή οφείλεται στο ότι, όπως έχουμε δει στις προηγούμενες προσομοιώσεις, όταν το πλήθος των m μετρήσεων είναι μικρό, τότε είναι πιθανό η PCA διαδικασία να μην μπορέσει να “αντιληφθεί” τις πραγματικές συσχετίσεις των μεταβλητών του δείγματος, με αποτέλεσμα να υπάρχει μεγαλύτερη πιθανότητα μεγαλύτερων σφαλμάτων.
- Από τα παραπάνω, προκύπτει ότι για να είναι το Σενάριο 1 αποδοτικότερο προτείνεται:
 - Το m είναι καλό να παίρνει μικρές τιμές, για να υπάρχει μεγάλο ενεργειακό κέρδος, αλλά όχι και πάρα πολύ μικρές, γιατί τότε υπάρχει εμφανής αύξηση του σφάλματος. Για τις συνθήκες που προσομοιώθηκαν, μία προτεινόμενη τιμή είναι $m=30$.
 - Το l προτείνεται να παίρνει πιο μεγάλες τιμές και όχι μικρές. Όμως, αν το σενάριο εφαρμοστεί σε δείγμα με σημαντικές μεταβολές στις συσχετίσεις των μεταβλητών του, τότε μία μεγάλη τιμή του l δίνει μεγαλύτερη πιθανότητα εμφάνισης απρόβλεπτων σφαλμάτων.
- Το Σενάριο 1 χωρίς Lagrange Extrapolation δίνει σε όλες τις περιπτώσεις πολύ μικρότερα σφάλματα από ότι το TEEN. Όμως, εκτός από ελάχιστες εξαιρέσεις, το TEEN δείχνει να υπερτερεί ως προς το ενεργειακό κέρδος.



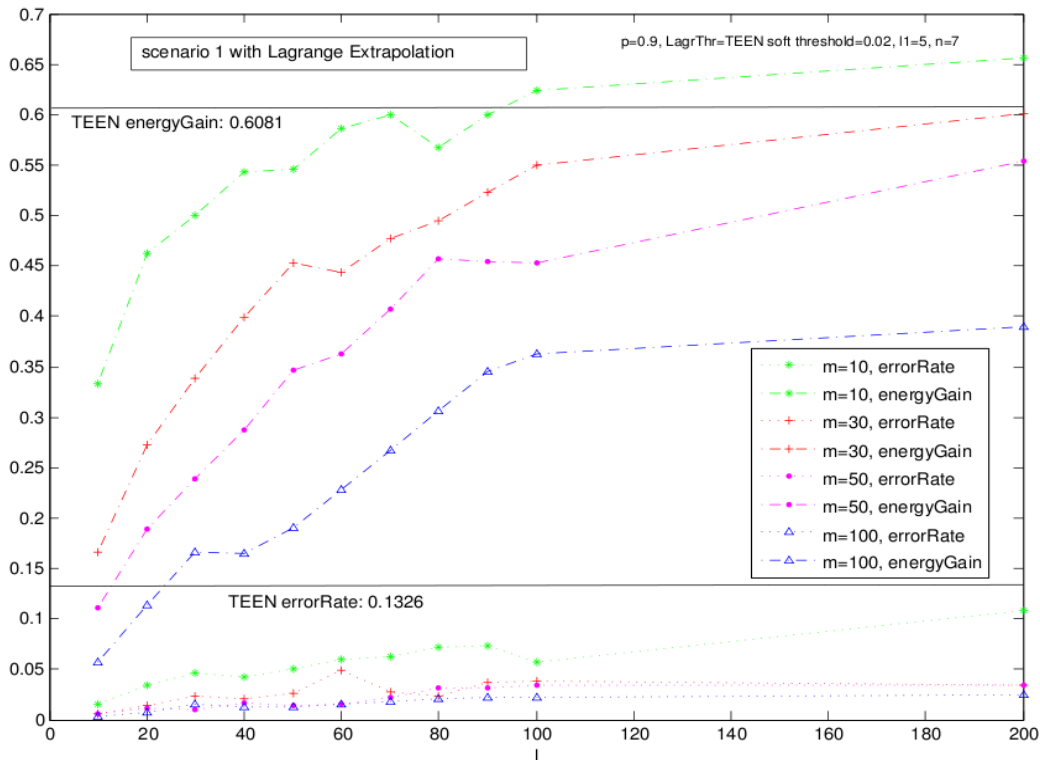
ΣΧΗΜΑ 44: Ενεργειακό κέρδος και μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα Σεναρίου 1 χωρίς προεκβολή Lagrange, για διάφορες τιμές m και l . Σύγκριση με το σύστημα TEEN

6.4.3 Σενάριο 1 με PCA και με Lagrange Extrapolation

Στο ΣΧΗΜΑ 45 απεικονίζεται το ενεργειακό κέρδος και το μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα του Σεναρίου 1 όταν εφαρμόζεται και Lagrange Extrapolation, για διάφορους συνδυασμούς των m και l . Παράλληλα, υπάρχει και σύγκριση με τις αντίστοιχες τιμές του TEEN.

Οι τιμές του m είναι 10, 30, 50 και 100, ενώ οι τιμές του l είναι 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100 και 200.

Επίσης, στο ΣΧΗΜΑ 46 εμφανίζονται στο ίδιο διάγραμμα οι δύο περιπτώσεις του Σεναρίου 1, δηλαδή με και χωρίς Lagrange Extrapolation, για να είναι ευκολότερη η οπτική σύγκριση των δύο περιπτώσεων.



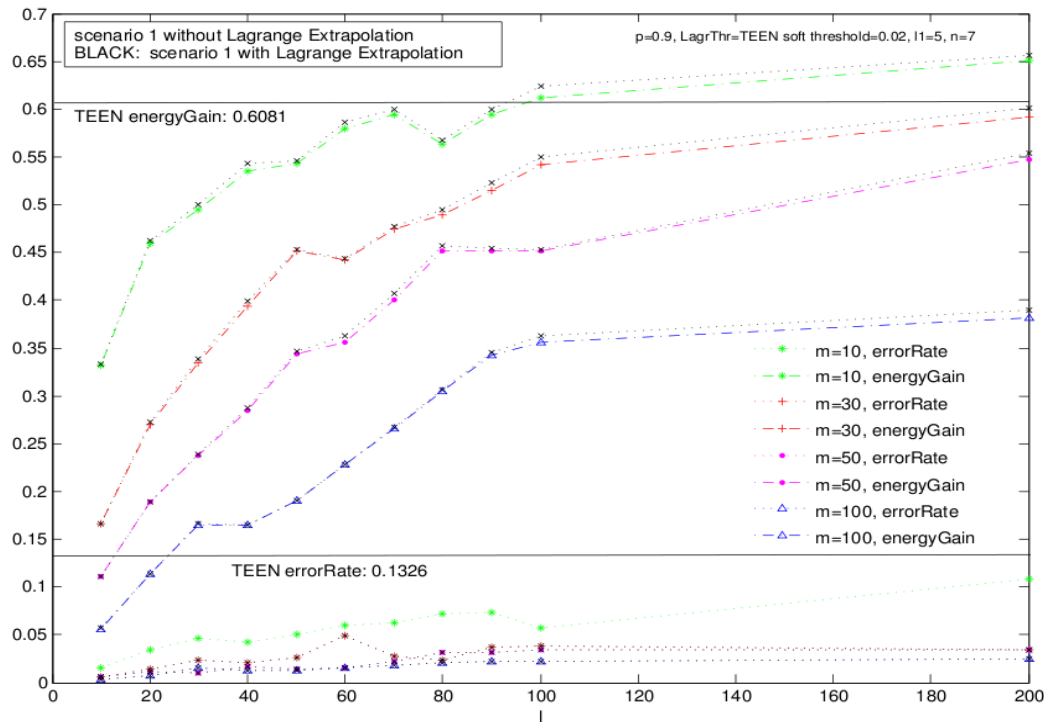
ΣΧΗΜΑ 45: Ενεργειακό κέρδος και μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα Σεναρίου 1 και με προεκβολή Lagrange, για διάφορες τιμές m και l . Σύγκριση με το σύστημα TEEN

Στην περίπτωση του Σεναρίου 1 όπου πραγματοποιείται και Lagrange Extrapolation, ισχύουν ακριβώς οι ίδιες παρατηρήσεις σχετικά με την εξάρτηση του ενεργειακού κέρδους και του μέσου ποσοστιαίου τετραγωνικού σφάλματος από τις παραμέτρους m και l , αλλά και σχετικά με τη σύγκριση με το σύστημα TEEN.

Παρατηρώντας προσεχτικά το ΣΧΗΜΑ 46, είναι εμφανές ότι:

- στο Σενάριο 1, και στην περίπτωση όπου δεν πραγματοποιεί και στην περίπτωση όπου πραγματοποιεί Lagrange Extrapolation, παρατηρούνται σχεδόν ίσα μέσα ποσοστιαία τετραγωνικά σφάλματα
- στην περίπτωση όπου πραγματοποιείται και Lagrange Extrapolation παρατηρούνται ελαφρώς μεγαλύτερα ενεργειακά κέρδη από ότι όταν δεν πραγματοποιείται Lagrange Extrapolation

Συνεπώς, η πραγματοποίηση και Lagrange Extrapolation οδηγεί σε πιο αποδοτικό σύστημα κατά την εφαρμογή του Σεναρίου 1.



ΣΧΗΜΑ 46: Σύγκριση Σεναρίου 1 όταν πραγματοποιεί και όταν δεν πραγματοποιεί προεκβολή Lagrange, ως προς το ενεργειακό κέρδος και το μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα

6.4.4 Σενάριο 2 με PCA αλλά χωρίς Lagrange Extrapolation

Στο ΣΧΗΜΑ 47 απεικονίζεται το ενεργειακό κέρδος και το μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα του Σεναρίου 2 όταν εφαρμόζεται μόνο PCA, για διάφορους συνδυασμούς των m και l . Παράλληλα, υπάρχει και σύγκριση με τις αντίστοιχες τιμές του TEEN.

Οι τιμές του m είναι 10, 30, 50 και 100, ενώ οι τιμές του l εκτείνονται από 10 ως 200. Από το σχήμα παρατηρούνται τα εξής:

- Σε αρκετές περιπτώσεις, παρατηρείται μεγάλο ενεργειακό κέρδος, χωρίς παράλληλα σημαντική αύξηση του μέσου ποσοστιαίου τετραγωνικού σφάλματος.
- Παρατηρείται, στις περισσότερες των περιπτώσεων, μία γενική σταθερότητα με μικρές αποκλίσεις για όλες τις τιμές του l , και για το ενεργειακό κέρδος και για το μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικά σφάλμα.

Το ότι δεν παρατηρούνται αξιόλογες μεταβολές στο ενεργειακό κέρδος με τη μεταβολή του l , οφείλεται στο ότι ο πομπός σε κάθε περίοδο στέλνει μόνο

συμπιεσμένες μετρήσεις. Αν ίσχυε το Σενάριο 1, τότε σε κάθε περίοδο θα στέλνονταν και m ασυμπιεστές μετρήσεις, και το μέγεθος του αριθμού l θα επηρέαζε το συνολικό ποσοστό των συμπιεσμένων μετρήσεων, και κατ' επέκταση και το ενεργειακό κόστος.

Επιπλέον, υπενθυμίζουμε ότι αν προσομοιώναμε με ένα δείγμα όπου οι συσχετίσεις μεταβάλλονται αισθητά, τότε θα υπήρχε μεγαλύτερη πιθανότητα απρόβλεπτων σφαλμάτων αν η τιμή του l είναι μεγάλη. Στις προσομοιώσεις μας όμως το δείγμα έχει σε μεγάλο βαθμό σταθερές συσχετίσεις και συνεπώς το πρόβλημα αυτό δεν είναι ιδιαίτερος ορατό.

- Για μικρές τιμές του m το μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα είναι μεγαλύτερο. Η συμπεριφορά αυτή οφείλεται στο ότι, όπως έχουμε δει, όταν το m είναι μικρό, τότε είναι πιθανό η PCA διαδικασία να μην μπορέσει να “αντιληφθεί” τις πραγματικές συσχετίσεις των μεταβλητών του δείγματος, με αποτέλεσμα να υπάρχει μεγαλύτερη πιθανότητα μεγαλύτερων σφαλμάτων.
- Στις περισσότερες των περιπτώσεων, οι διαφορές στις τιμές ενεργειακού κέρδους για τις διάφορες τιμές του m δεν είναι μεγάλες.

Όπως έχουμε δει σε προηγούμενες προσομοιώσεις, είναι πιθανό όταν το m είναι πολύ μικρό, τότε να απαιτούνται περισσότεροι PCs, και άρα και μικρότερο ενεργειακό κέρδος. Στην προσομοίωση όμως δεν φάνηκε να συμβαίνει κάτι τέτοιο. Αυτό είναι πιθανό να οφείλεται στο ότι η αύξηση των εκπεμπόμενων τιμών λόγω περισσότερων PCs, και άρα και η αντίστοιχη μείωση ενεργειακού κέρδους, ισοζυγίζεται από το ότι ο αριθμός των m εκπεμπόμενων ασυμπιεστων μετρήσεων στην αρχή του Σεναρίου 2 είναι μικρός, κάτι που οδηγεί σε αύξηση του ενεργειακού κέρδους.

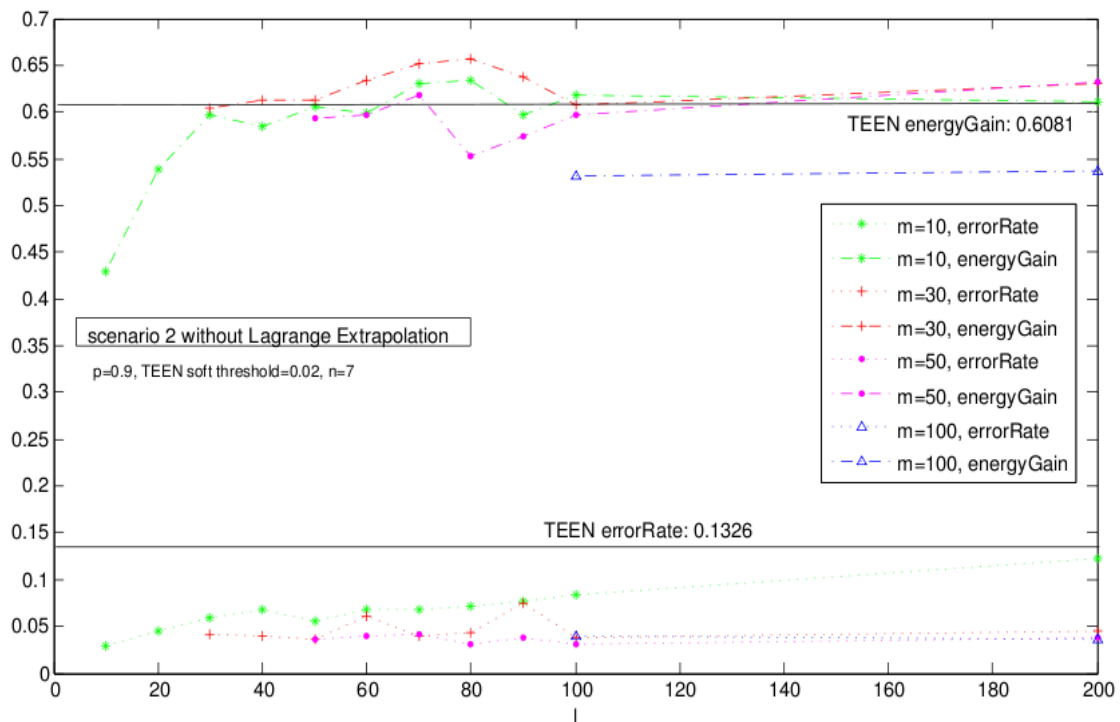
Όταν το m πάρει τη μέγιστη τιμή του ($m = 100$) τότε παρατηρείται εμφανής πτώση στο ενεργειακό κέρδος. Μία εξήγηση είναι ότι στην αρχή του Σεναρίου 2, ο αριθμός των πρώτων m ασυμπιεστων μετρήσεων είναι πολύ μεγάλος, και αυτό επιβαρύνει το σύστημα με αύξηση εκπομπής τιμών, και συνεπώς με μείωση του ενεργειακού κέρδους. Όμως, πρέπει να τονίσουμε ότι αν το δείγμα αποτελούταν από πολύ περισσότερες μετρήσεις, δηλαδή πολύ μεγαλύτερες από 100, τότε η επιβάρυνση εκπομπής των m πρώτων μετρήσεων θα εξουδετερωνόταν από τις συμπιέσεις που θα ακολουθούσαν.

- Από τα παραπάνω, και βασιζόμενοι στις συνθήκες που επικρατούσαν κατά τις προσομοιώσεις, προτείνεται το m να μην είναι πολύ μικρό, ώστε το σφάλμα να μην είναι αισθητά μεγαλύτερο, αλλά ούτε και πολύ μεγάλο, ώστε το ενεργειακό κόστος

να μην εμφανίζει αύξηση.

Όμως, τονίζεται πως οι προτάσεις αυτές για να είναι ασφαλείς αφορούν τις συγκεκριμένες συνθήκες που επικρατούσαν κατά τις προσομοιώσεις. Σε διαφορετικές συνθήκες, οι προτάσεις ενδεχομένως να άλλαζαν. Για παράδειγμα, αν το δείγμα αποτελούταν από πολύ περισσότερες μετρήσεις, τότε όπως ήδη είπαμε, ενδέχεται η μείωση στο ενεργειακό κέρδος να εξουδετερωθεί. Ένα άλλο παράδειγμα είναι το εξής. Αν το δείγμα παρουσίαζε σημαντικές μεταβολές στις συσχετίσεις, τότε δεν θα προτεινόταν πολύ μεγάλη τιμή για το l , αφού τότε θα αυξανόταν η πιθανότητα απρόβλεπτου σφάλματος.

- Το Σενάριο 2 χωρίς Lagrange Extrapolation δίνει σε όλες τις περιπτώσεις πολύ μικρότερα σφάλματα από ότι το TEEN. Επίσης, σε αρκετές περιπτώσεις το Σενάριο 2 χωρίς Lagrange Extrapolation δείχνει να υπερτερεί ως προς το ενεργειακό κέρδος σε σχέση με το TEEN.



ΣΧΗΜΑ 47: Ενεργειακό κέρδος και μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα Σεναρίου 2 χωρίς προεκβολή Lagrange, για διάφορες τιμές m και l . Σύγκριση με το σύστημα TEEN

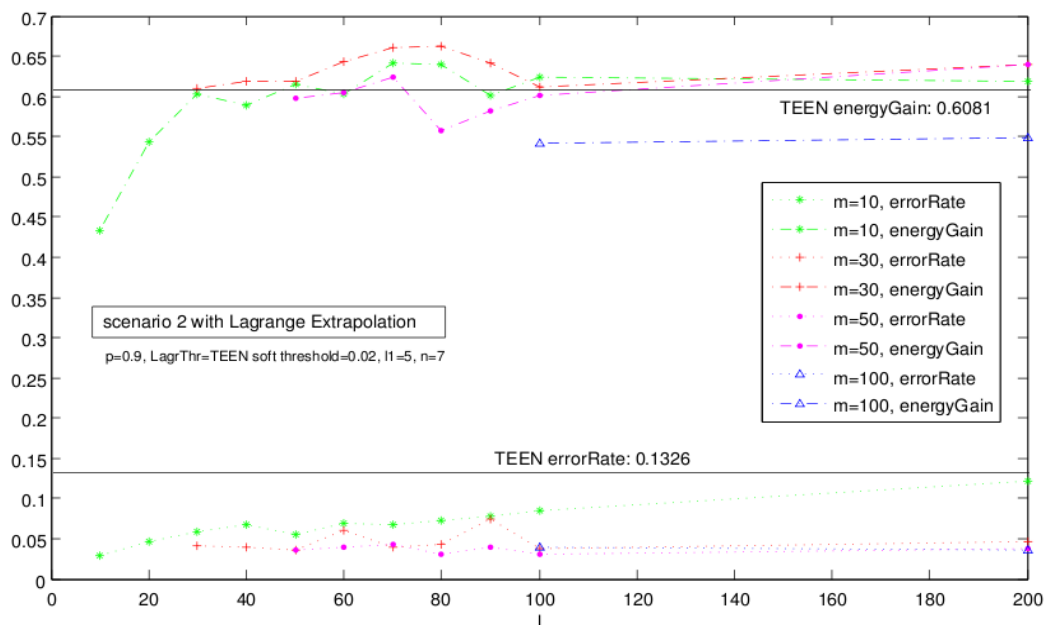
6.4.5 Σενάριο 2 με PCA και με Lagrange Extrapolation

Στο ΣΧΗΜΑ 48 απεικονίζεται το ενεργειακό κέρδος και το μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικό

σφάλμα του Σεναρίου 2 όταν εφαρμόζεται και Lagrange Extrapolation, για διάφορους συνδυασμούς των m και l . Παράλληλα, υπάρχει και σύγκριση με τις αντίστοιχες τιμές του TEEN.

Οι τιμές του m είναι 10, 30, 50 και 100, ενώ οι τιμές του l εκτείνονται από 10 ως 200.

Επίσης, στο ΣΧΗΜΑ 49 εμφανίζονται στο ίδιο διάγραμμα οι δύο περιπτώσεις του Σεναρίου 2, δηλαδή με και χωρίς Lagrange Extrapolation, για να είναι ευκολότερη η οπτική σύγκριση των δύο περιπτώσεων.



ΣΧΗΜΑ 48: Ενεργειακό κέρδος και μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα Σεναρίου 2 και με προεκβολή Lagrange, για διάφορες τιμές m και l . Σύγκριση με το σύστημα TEEN

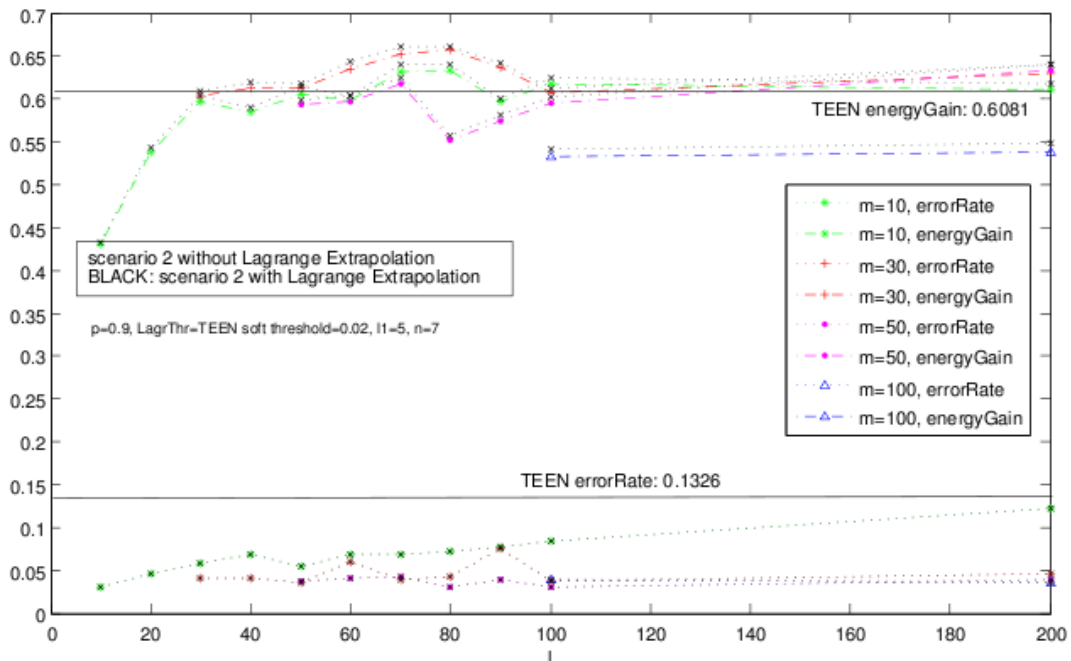
Όπως και στις προσομοιώσεις το Σεναρίου 1, στην περίπτωση του Σεναρίου 2 όπου πραγματοποιείται και Lagrange Extrapolation, ισχύουν ακριβώς οι ίδιες παρατηρήσεις σχετικά με την εξάρτηση του ενεργειακού κέρδους και του μέσου ποσοστιαίου τετραγωνικού σφάλματος από τα m και l , αλλά και σχετικά με τη σύγκριση με το σύστημα TEEN.

Από το ΣΧΗΜΑ 49 προκύπτει ότι:

- στο Σενάριο 2, είτε πραγματοποιείται είτε όχι Lagrange Extrapolation, παρατηρούνται σχεδόν ίσα μέσα ποσοστιαία τετραγωνικά σφάλματα
- στην περίπτωση όπου πραγματοποιείται και Lagrange Extrapolation παρατηρούνται ελαφρώς μεγαλύτερα ενεργειακά κέρδη από ότι όταν δεν

πραγματοποιείται Lagrange Extrapolation

Συνεπώς, η πραγματοποίηση και Lagrange Extrapolation οδηγεί σε πιο αποδοτικό σύστημα κατά την εφαρμογή του Σεναρίου 2.



ΣΧΗΜΑ 49: Σύγκριση Σεναρίου 2 όταν πραγματοποιεί και όταν δεν πραγματοποιεί προεκβολή Lagrange, ως προς το ενεργειακό κέρδος και το μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα

6.4.6 Σύγκριση Σεναρίου 1 με Σενάριο 2

Σε κάθε σενάριο, η αποδοτικότερη εκδοχή του είναι όταν εφαρμόζεται και Lagrange Extrapolation. Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων και για τα δύο σενάρια, στις αποδοτικότερες εκδοχές τους, παρατηρούμε ότι:

- το Σενάριο 1 δίνει ελαφρώς μικρότερα μέσα ποσοστιαία τετραγωνικά σφάλματα από ότι το Σενάριο 2
- το Σενάριο 2 δίνει πολύ μεγαλύτερα ενεργειακά κέρδη από ότι το Σενάριο 1

Συνεπώς, το Σενάριο 2 είναι αποδοτικότερο από το Σενάριο 1.

Και επειδή η εφαρμογή και Lagrange Extrapolation κάνει αποδοτικότερο ένα σενάριο, το

σενάριο που προτείνεται να εφαρμόζεται στο προτεινόμενο σύστημα είναι:
το Σενάριο 2, όταν εκτελεί και PCA και Lagrange Extrapolation.

Η λεπτομερέστερη σύγκριση με το σύστημα TEEN θα γίνει χρησιμοποιώντας το Σενάριο 2 στην αποδοτικότερη εκδοχή του, επειδή είναι ο καλύτερος τρόπος χρήσης του συστήματος που προτείνεται.

6.4.7 Σύγκριση Σεναρίου 2, με PCA και με Lagrange Extrapolation, με το σύστημα TEEN

Συγκρίθηκε το Σενάριο 2, όταν εφαρμόζει και Lagrange Extrapolation, με το σύστημα TEEN, ως προς την παράμετρο αποδοτικότητας u .

Στο ΣΧΗΜΑ 50 απεικονίζονται οι τιμές u για το Σενάριο 2, όταν εφαρμόζει και Lagrange Extrapolation, για τιμές $m = 10, 30, 50$ και 100 , και για διάφορες τιμές $(l - m) / l$. Επίσης, για να διευκολυνθεί η σύγκριση, στο σχήμα αυτό υπενθυμίζεται και η τιμή $u = 1.491$ για το TEEN σύστημα.

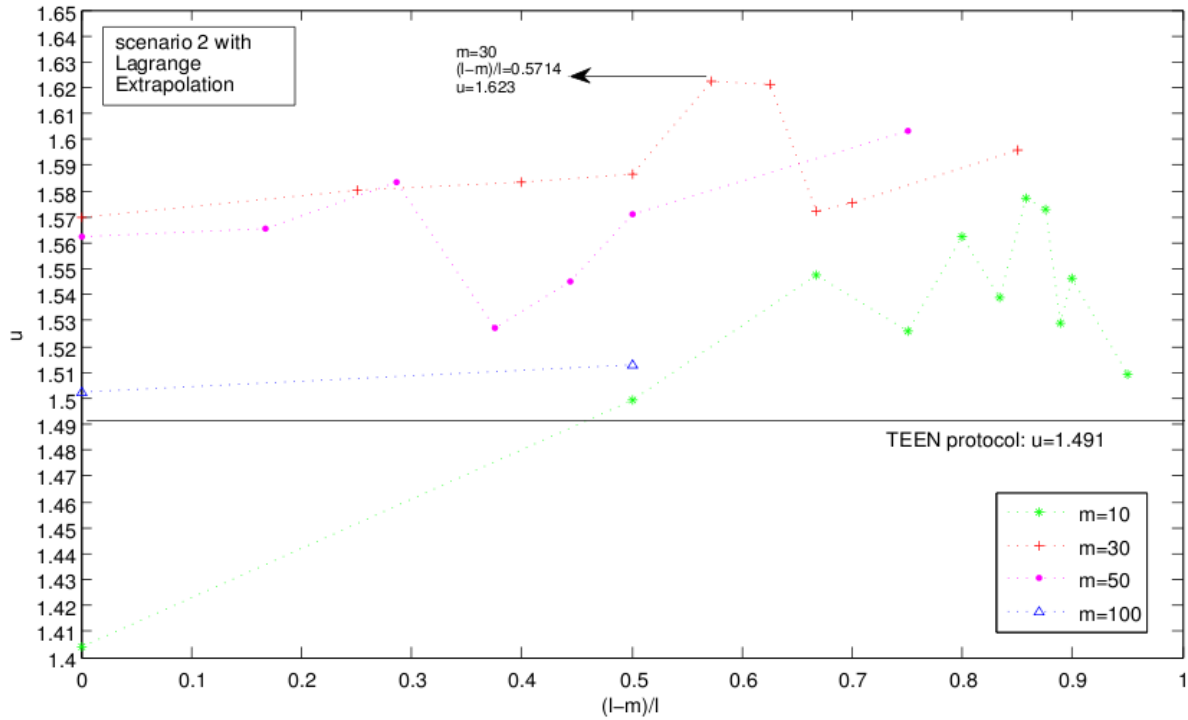
Το ποσοστό $(l - m) / l$ εκφράζει το ποσοστό των μετρήσεων που δεν χρησιμοποιούνται για την κατασκευή του *coeff* σε μία περίοδο του Σεναρίου 2, στο σύνολο όλων των μετρήσεων της περιόδου. Γνωρίζοντας το ποσοστό αυτό, και την αντίστοιχη τιμή m , μπορεί εύκολα να υπολογιστεί η τιμή l .

Το ΣΧΗΜΑ 51 συγκεντρώνει όλες τις τιμές u για το Σενάριο 2, όταν εφαρμόζει και Lagrange Extrapolation, για τις διάφορες τιμές $(l - m) / l$ του σχήματος.

Από το σχήμα, παρατηρούμε ότι, εκτός από μία περίπτωση, για όλες τις άλλες περιπτώσεις το u στο Σενάριο 2 είναι μεγαλύτερο από την τιμή $u = 1.491$ του συστήματος TEEN.

Επομένως, το προτεινόμενο σύστημα, όταν ακολουθεί το Σενάριο 2 και εφαρμόζει και Lagrange Extrapolation, τότε στη συντριπτική πλειοψηφία των περιπτώσεων είναι αποδοτικότερο από το TEEN.

Τέλος, για τις δεδομένες συνθήκες που υπήρχαν κατά την προσομοίωση, η αποδοτικότερη τιμή για το Σενάριο 2 είναι η $u = 1.623$, η οποία είναι η πλησιέστερη στη μέγιστη δυνατή τιμή του u που είναι το 2. Η αποδοτικότερη τιμή $u = 1.623$ παρουσιάζεται όταν $m = 30$ και $(l - m) / l = 0.5714$ ή $l \approx 70$.



ΣΧΗΜΑ 50: Σύγκριση του Σεναρίου 2 που πραγματοποιεί και προεκβολή Lagrange με το σύστημα TEEN ως προς το μέτρο αποδοτικότητας u , για διάφορες τιμές των m και l

$(l-m)/l$	u
0	1.4041
0.5000	1.4995
0.6667	1.5477
0.7500	1.5257
0.8000	1.5622
0.8333	1.5390
0.8571	1.5772
0.8750	1.5730
0.8889	1.5291
0.9000	1.5464
0.9500	1.5094
0	1.5699
0.2500	1.5801
0.4000	1.5837
0.5000	1.5864
0.5714	1.6226
0.6250	1.6211
0.6667	1.5725
0.7000	1.5757
0.8500	1.5958
0	1.5626
0.1667	1.5653
0.2857	1.5836
0.3750	1.5270
0.4444	1.5448
0.5000	1.5713
0.7500	1.6030
0	1.5027
0.5000	1.5130

ΣΧΗΜΑ 51: Τιμές της παραμέτρου αποδοτικότητας u του Σεναρίου 2 όταν πραγματοποιεί και προεκβολή *lagrange*, για διάφορες τιμές των m και l

7 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ – ΑΝΟΙΧΤΑ ΘΕΜΑΤΑ

7.1 Συμπεράσματα

Το σύστημα που προτάθηκε συνιστάται να εφαρμόζεται για διανυσματικές μετρήσεις των οποίων οι μεταβλητές έχουν μεγάλες συσχετίσεις μεταξύ τους.

Όλες οι παραπάνω παρατηρήσεις και σχολιασμοί βασίστηκαν στα αποτελέσματα προσομοιώσεων που χρησιμοποίησαν ένα έντονα συσχετισμένο δείγμα, και επομένως δεν μπορούν να γενικευτούν για εφαρμογή του συστήματος σε δείγμα με μεταβλητές που έχουν μικρές ή μηδενικές συσχετίσεις.

Επίσης, τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων βασίστηκαν σε ένα δείγμα, το οποίο αποτελείται από μεταβλητές των οποίων ο τρόπος συσχέτισης δεν αλλάζει απότομα με την πάροδο του χρόνου. Έτσι, τα συμπεράσματα αυτά δεν μπορεί να γενικευτούν για ένα δείγμα με μεταβαλλόμενες συσχετίσεις, γιατί τότε, όπως έχουμε πει, υπάρχει αισθητά ο παράγοντας της τυχαιότητας ως προς τα σφάλματα των μετρήσεων.

Επιπλέον, κάποιες τιμές που προτάθηκαν ως οι καταλληλότερες για κάποιες παραμέτρους, δεν είναι ασφαλές να υιοθετηθούν και για άλλα παρόμοια δείγματα μετρήσεων, αφού σε κάποιες περιπτώσεις, οι 387 μετρήσεις ήταν λίγες, και είναι πιθανό, αν το πλήθος των μετρήσεων ήταν μεγαλύτερο, τότε να προέκυπταν μερικά διαφορετικά συμπεράσματα ως προς την εκτίμηση των βέλτιστων τιμών ορισμένων παραμέτρων. Αλλά και γενικότερα, είναι πολύ δύσκολο να χαρακτηριστεί με απόλυτη βεβαιότητα ένα δείγμα ως πολύ ή λίγο συσχετισμένο, επειδή στην πράξη, οι μετρήσεις είναι αδύνατο να μην παρουσιάζουν μεταβολές και κατά διαστήματα απρόβλεπτες συμπεριφορές. Συνεπώς, οι διαπιστώσεις αφορούν ένα δείγμα που είναι αρκετά συσχετισμένο, αλλά είναι αδύνατο να είναι απόλυτα συσχετισμένο, αλλά και με απόλυτα σταθερές συσχετίσεις.

Για όλους αυτούς τους λόγους, τα συμπεράσματα για τη λειτουργία του συστήματος δεν έχει νόημα να περιοριστούν στα στενά πλαίσια της πρότασης συγκεκριμένων τιμών παραμέτρων, αφού αυτές σχετίζονται σε μεγάλο βαθμό από το ποιο είναι κάθε φορά το συγκεκριμένο δείγμα, και είναι πολύ δύσκολο το σύστημα να εφαρμόζεται πάντα στο ίδιο δείγμα. Όμως, οι παρατηρήσεις που προέκυψαν από τις προσομοιώσεις είναι ιδιαίτερα χρήσιμες, στο να εξάγουμε κάποια βασικά συμπεράσματα για τη γενικότερη λειτουργία του συστήματος, και για τους στόχους που επιτυγχάνει.

Από την προσεκτική μελέτη του συστήματος, μέσω των προσομοιώσεων, προκύπτουν τα εξής συμπεράσματα:

- Το σύστημα εκμεταλλεύτηκε την ιδιότητα της PCA διαδικασίας να δίνει μεγάλες συμπιέσεις σε μετρήσεις με μεταβλητές που είναι σε μεγάλο βαθμό συσχετισμένες. Προσομοιώνοντας το σύστημα με ένα έντονα συσχετισμένο δείγμα, παρατηρήθηκε μεγάλο ενεργειακό κέρδος, λόγω της συμπύεσης που προκάλεσε η PCA διαδικασία.
- Η εφαρμογή προεκβολής Lagrange, βελτιώνει, έστω και λίγο, το ενεργειακό κέρδος που δίνει το σύστημα όταν πραγματοποιείται μόνο PCA, χωρίς παράλληλα να γίνει αντιληπτή κάποια αύξηση στο σφάλμα.
- Η εφαρμογή του συστήματος σε δείγμα με έντονα συσχετισμένες μεταβλητές οδηγεί σε τόσο μεγάλες συμπιέσεις στην πληροφορία, ώστε η μείωση του ενεργειακού κόστους εκπομπών και λήψεων να υπερτερεί της αύξησης του ενεργειακού κόστους για τους υπολογισμούς των διαδικασιών της PCA και της Lagrange Extrapolation.
- Το σύστημα, στην πλειοψηφία των προσομοιώσεών του, κατάφερε να οδηγήσει σε μεγάλα ενεργειακά κέρδη, χωρίς ταυτόχρονα σημαντικές αυξήσεις στο μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα.
- Προτείνεται η εφαρμογή του Σεναρίου 2, όταν αυτό εφαρμόζει και Lagrange Extrapolation. Το Σενάριο 2 μπορεί να οδηγήσει σε ελαφρώς μεγαλύτερα σφάλματα από ότι το Σενάριο 1, όμως μπορεί να οδηγήσει σε πολύ μεγαλύτερα ενεργειακά κέρδη.
- Οι μαθηματικές τιμές των παραμέτρων του συστήματος μπορούν να επηρεάσουν την αποδοτικότητα του συστήματος. Για το Σενάριο 2, το οποίο είναι το προτεινόμενο, προτείνεται η τιμή της παραμέτρου m να μην είναι πολύ μικρή, αλλά ούτε και πολύ μεγάλη.
- Το προτεινόμενο σενάριο, που είναι το Σενάριο 2 όταν εφαρμόζει και Lagrange Extrapolation, σχεδόν σε όλες τις περιπτώσεις που προσομοιώθηκε, ήταν αποδοτικότερο από το σύστημα TEEN.

7.2 Ανοιχτά θέματα

Το προτεινόμενο σύστημα ανταποκρίθηκε σε πολύ ικανοποιητικό βαθμό στους στόχους που είχαν τεθεί. Όμως, υπάρχουν περιθώρια ακόμα μεγαλύτερης βελτίωσης του συστήματος, και παράλληλα υπάρχουν ανοιχτά θέματα, τα οποία θα μπορούσαν να είναι αντικείμενα επιπρόσθετης μελέτης.

Παρακάτω, παραθέτουμε μερικά ανοιχτά θέματα που αφορούν το προτεινόμενο σύστημα και έχουν ανάγκη για περαιτέρω μελέτη.

- Όπως έχουμε αναφέρει, όταν αλλάζει η συσχέτιση των δεδομένων και το σύστημα δεν το αντιλαμβάνεται, τότε το σφάλμα γίνεται απρόβλεπτο και η πιθανότητα εμφάνισης μεγάλων σφαλμάτων είναι μεγάλη. Το σύστημα που προτάθηκε, κάθε φορά που υπολογίζει έναν πίνακα συντελεστών *coeff*, θεωρεί ότι οι συσχετίσεις των μεταβλητών των μετρήσεων δεν αλλάζουν και είναι αυτές που εκφράζει ο πίνακας *coeff*. Επομένως, το σύστημα θα αντιληφθεί κάποια αλλαγή στον τρόπο συσχέτισης των μεταβλητών των μετρήσεων μόλις υπολογίσει τον νέο πίνακα *coeff*. Όμως, το σύστημα, όταν αργεί να αντιληφθεί αλλαγές στις συσχετίσεις, οδηγεί σε μεγαλύτερα σφάλματα. Συνεπώς, ένα πεδίο μελέτης θα ήταν η ανάπτυξη ενός μηχανισμού στο σύστημα που να αντιλαμβάνεται εγκαίρως τις αλλαγές στις συσχετίσεις.
- Όπως φάνηκε από τις προσομοιώσεις, οι τιμές των μαθηματικών παραμέτρων, όπως οι l και m , επηρεάζουν την αποδοτικότητα του συστήματος. Έτσι, αν κάποια μεταβολή στις συνθήκες που επικρατούν κατά την λειτουργία του συστήματος οδηγήσει σε μείωση της αποδοτικότητας του συστήματος, τότε μία κατάλληλη μεταβολή στις παραμέτρους του συστήματος θα μπορούσε να βελτιώσει την αποδοτικότητα του συστήματος. Ένα θέμα όμως που χρειάζεται διερεύνηση είναι το πώς πρέπει να ρυθμιστούν οι παράμετροι ώστε να επαναφέρουν την αποδοτικότητα του συστήματος σε υψηλά επίπεδα, όταν εμφανιστεί μία τέτοια δυσμενής κατάσταση. Επομένως, ένα ανοιχτό θέμα προς μελέτη είναι η ανάπτυξη ενός μηχανισμού στο σύστημα που να μπορεί να ελέγχει και να προσαρμόζει τις παραμέτρους βάσει του σφάλματος.
- Στις προσομοιώσεις του προτεινόμενου συστήματος, οι διανυσματικές μετρήσεις εκπέμπονται από τον πομπό με σχεδόν περιοδικό τρόπο. Ένα ανοιχτό θέμα προς διερεύνηση είναι η πειραματική μελέτη του συστήματος όταν εκπέμπονται μετρήσεις με έναν πιο ελεύθερο τρόπο, ο οποίος να ευνοεί περισσότερο τις real time εφαρμογές.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι

Οι 28 πρώτες μετρήσεις των δειγματικών μετρήσεων αισθητήρων που χρησιμοποιήθηκαν στις προσομοιώσεις του προγράμματος Matlab.

Οι μετρήσεις έχουν υποστεί την κατάλληλη επεξεργασία και έχουν ομαδοποιηθεί σε περιοδικές χρονικές στιγμές (msec).

time stamp	temp₁	hum₁	temp₂	hum₂	temp₃	hum₃	wind₄
0	14.4	64.2	17.4	55.5	15	65.8	0.33
1754572	15.2	59.8	20.7	44.9	15.2	61.7	0.42
3512576	15.7	56.2	17.9	50.7	15.3	63.2	0.6
5270339	15.8	61	16.3	53.5	15.5	59.2	1.04
7028901	15.5	56.1	16.3	53.5	16.3	55	0.45
8785417	15.5	55.2	18.9	46.1	15.8	50.9	0.77
10543180	15.6	56.8	16.6	50.3	15.5	52.7	0.43
12301023	15.3	60	16	55.8	14.8	61.5	0.57
14059506	15.2	61.3	15.2	62.3	14.8	61.5	0.36
15817764	15.9	55.3	14.9	58.1	14.1	62.1	0.03
17574966	13.8	65.6	14.9	58.1	14.1	62.1	0.01
19333529	12.9	70.9	13.5	69.6	12.3	76	0.01
21090107	12.1	74.6	12.4	73.5	11.2	80.9	0.04
22848846	11.4	76.1	11.7	75.8	10.7	79.7	0.12
24605840	11.3	76.8	11.9	73.6	10.8	80.5	0.4
26363634	10.8	81	11.2	78.3	10.2	84	0.18
28153713	10.5	83.3	11	81.4	9.9	85.8	0.1
29950274	9.9	84.6	10.2	83.8	10	83.8	0.25
31637608	10.6	83.9	10.2	83.8	10.4	82.6	0.17
33403290	10.7	83.3	10.8	83.4	10.5	83.6	0.39
35157485	10.6	86	10.9	84	10.5	85.5	0.49
36911039	10.7	85.6	11	83.8	10.5	85.5	0.33
38668753	10.6	84.6	10.7	83.9	10.5	85.5	0.04
40426530	10.5	84.1	10.6	83.9	10	86.1	0.5
42184363	10.5	83.9	10.5	84.5	10.2	85.1	0.49
43942215	10.6	82.6	10.5	83.4	9.9	85	0.34
45704139	10.2	80.9	9.9	82.9	10	81.5	0.62
47457819	10.4	78.4	10.1	81.5	10	79.6	0.43

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙ

Οι κυριότεροι κώδικες στο πρόγραμμα Matlab:

Κώδικας προσομοίωσης Σεναρίου 1 χωρίς Lagrange Extrapolation:

```
%*****
```

```
function [errorRate , energyGain, u] = scenario1_withoutLagrange_opt_FUNCTION (m , l)
```

```
%Υλοποιήση σεναρίου. Ο -sendNode- στέλνει στον -receiveNode-
```

```
%ένα διάνυσμα 7 παράλληλων μετρήσεων.
```

```
%l apostoli ginetai periodika ws ekshs:
```

```
%Stelnontai -m- metrhseis ws exoun. Aftes apoteloun ton memory matrix tou
```

```
%PCA. Stelnontai -l- metrhseis tw n -q- diastasewn (to -q- to kathorizei
```

```
%to PCA).
```

```
load /home/panos/Desktop/matlab_diplomatiki_2010/data/sensors_data_clear.mat
```

```
traceMatrix=variables7(:,1:7);
```

```
m
```

```
l
```

```
[traceLength n] = size(traceMatrix)
```

```
p=0.9
```

```
mpointer=1;
```

```
for pp=1:1:traceLength
    totErrPlot(pp)=0;
    sendDataPlot(pp)=0;
end

totalError=0;
pcaError=0;
pcaErrCounter=0;

sendData=0;
sendData_withoutPCA_and_Lagr=0;

sumq=0;
countq=0;

lend=0;

cost=0; %COST
costOfBitTrans=720; %COST (nJoule)
costOfBitRec=110; %COST (nJoule)
costOfInstruction=4; %COST (nJoule)

while (lend==0)

    mpointer;
    %Stelnei -m*n- times opws akriwvs einai
    for j=1:1:m
        H(j,:) = traceMatrix(mpointer+j-1,:); %Kataskevi History matrix gia PCA
```

```

sendDataPlot(mpointer+j-1)= n;

sendData= sendData +n;

sendData_withoutPCA_and_Lagr = sendData_withoutPCA_and_Lagr + n;

cost = cost + transmitValuesCost(n, costOfBitTrans); %COST

cost = cost + receiveValuesCost(n, costOfBitRec); %COST

%mpointer+j-1

end

%KAI pompos KAI dektis xrisimopoioun tis prohgomenes -m- metriseis ws memory gia PCA. Kanoun
%PCA kai kratan tis prwtes -q- PCs wste h metavlitota na einai -p%-

[coeff, meanH, q] = lnHistorymatrixOutPcacoef_2 (H,p);

sumq=sumq+q;

countq=countq+1;

%pompos

cost = cost + createPcaCoeffCost(n,m,costOfInstruction); %COST

%dektis

cost = cost + createPcaCoeffCost(n,m,costOfInstruction); %COST

%Oles oi metriseis tou traceMatrix apo -mpointer+m- ws -mpointer+m+l-1- tha ipostoun
%PCA, me vasi ton -coeff-. Etsi, kathe mia apo aftes tis metriseis tha exei pleon -q- PCs.

%Oles aftes oi PCA times tha apothikeftoun ston pinaka -IPCAMEauserements-.

IPCAMEauserements = [ T((mpointer+m):(mpointer+m+l-1))          (traceMatrix((mpointer+m):
(mpointer+m+l-1),:) - repmat(meanH,[l,1]))*coeff(:,1:q)  ];

%Ypologismos twn PCA errors gia tis metriseis sto diastima -l-.

IPcaMinusRealMeauserementsNorm = sqrt(sum( ( ( IPCAMEauserements(:, 2:(q+1))*coeff' +
repmat(meanH,[l,1]) ) - traceMatrix((mpointer+m):(mpointer+m+l-1),:).^2 ,2) ));

IRealMeauserementsNorm = sqrt(sum( traceMatrix((mpointer+m):(mpointer+m+l-1),:).^2 ,2) );

```

```
for zd=1:1:l %Prostasia, gia na mhn ginei diaresh me to mhden
    if (IRealMeauserementsNorm(zd)==0)
        IRealMeauserementsNorm(zd)=0.0000000000000001;
    end
end

IPCAMEauserementsError = IPcaMinusRealMeauserementsNorm ./ IRealMeauserementsNorm;

for j=1:1:l
    totErrPlot(mpointer+m+j-1)=IPCAMEauserementsError(j);
    totalError = totalError + IPCAMEauserementsError(j);
    sendDataPlot(mpointer+m+j-1)= q;
    sendData= sendData +q;
    sendData_withoutPCA_and_Lagr = sendData_withoutPCA_and_Lagr + n;
    pcaError= pcaError + IPCAMEauserementsError(j);
    pcaErrCounter= pcaErrCounter + 1;

    cost = cost + PCsCompressCost(n, q, costOfInstruction); %COST
    cost = cost + transmitValuesCost(q, costOfBitTrans); %COST
    cost = cost + receiveValuesCost(q, costOfBitRec); %COST
    cost = cost + PCsUncompressCost(n, q, costOfInstruction); %COST
end

mpointer = mpointer + m + l;

if ( (mpointer+m+l-1)>traceLength )
    lend=1;
end
```

end %end of while loop

%%Oi teleftaies metriseis pou den einai arketes gia loop %%%
%%%

remainingMeauserementsNo = traceLength-mpointer+1

if (remainingMeauserementsNo<=m)

 %Stelnei -remainingMeauserementsNo- (<=m) metriseis opws akriws einai

 for j=1:1:remainingMeauserementsNo

 sendDataPlot(mpointer+j-1)= n;

 sendData= sendData +n;

 sendData_withoutPCA_and_Lagr = sendData_withoutPCA_and_Lagr + n;

 cost = cost + transmitValuesCost(n, costOfBitTrans); %COST

 cost = cost + receiveValuesCost(n, costOfBitRec); %COST

 end

end %END of: if (remainingMeauserementsNo<=m)

if (remainingMeauserementsNo>m)

 %Stelnei -m*n- times opws akriws einai

 for j=1:1:m

 H(j,:) = traceMatrix(mpointer+j-1,:); %Kataskevi History matrix gia PCA

 sendDataPlot(mpointer+j-1)= n;

 sendData= sendData +n;

 sendData_withoutPCA_and_Lagr = sendData_withoutPCA_and_Lagr + n;

 cost = cost + transmitValuesCost(n, costOfBitTrans); %COST

```

    cost = cost + receiveValuesCost(n, costOfBitRec); %COST
end

%KAI pompos KAI dektis, xrisimopoioun tis prohgomenes -m- metriseis ws memory gia PCA. Kanoun
%PCA kai kratan tis prwtes -q- PCs wste h metavlitota na einai -p%-
[coeff, meanH, q] = lnHistorymatrixOutPcacoef_2 (H,p);
sumq=sumq+q;
countq=countq+1;

%pompos
cost = cost + createPcaCoeffCost(n,m,costOfInstruction); %COST
%dektis
cost = cost + createPcaCoeffCost(n,m,costOfInstruction); %COST

%Oles oi metriseis tou traceMatrix apo -mpointer+m- ws -traceLength- tha ipostoun
%PCA, me vasi ton -coeff-. Etsi, kathe mia apo aftes tis metriseis tha exei pleon -q- PCs.
%Oles aftes oi PCA times tha apothikeftoun ston pinaka -finalPCAMEauserements-.

    finalPCAMEauserements = [ T((mpointer+m):(traceLength))      (traceMatrix((mpointer+m):
(traceLength),:) - repmat(meanH,[(remainingMeauserementsNo-m),1]))*coeff(:,1:q) ];

%Ypologismos twv PCA errors gia tis metriseis sto diastima -l-.

    finalPcaMinusRealMeauserementsNorm = sqrt(sum( ( ( finalPCAMEauserements(:, 2:(q+1))*coeff +
repmat(meanH,[(remainingMeauserementsNo-m),1]) ) - traceMatrix((mpointer+m):(traceLength),:) ).^2 ,2) );

finalRealMeauserementsNorm = sqrt(sum( traceMatrix((mpointer+m):(traceLength),:) .^2 ,2) );
for zd=1:1:(remainingMeauserementsNo-m) %Prostasia, gia na mhn ginei diaresh me to mhden
    if (finalRealMeauserementsNorm(zd)==0)
        lRealMeauserementsNorm(zd)=0.0000000000000001;
    end
end
end

```



```

        finalPCAMeuserementsError    =    finalPcaMinusRealMeuserementsNorm    ./
finalRealMeuserementsNorm;

for j=1:1:(remainingMeuserementsNo-m)

    totErrPlot(mpointer+m+j-1)=finalPCAMeuserementsError(j);

    totalError = totalError + finalPCAMeuserementsError(j);

    sendDataPlot(mpointer+m+j-1)= q;

    sendData= sendData +q;

    sendData_withoutPCA_and_Lagr = sendData_withoutPCA_and_Lagr + n;

    pcaError= pcaError + finalPCAMeuserementsError(j);

    pcaErrCounter= pcaErrCounter + 1;

    cost = cost + PCsCompressCost(n, q, costOfInstruction); %COST

    cost = cost + transmitValuesCost(q, costOfBitTrans); %COST

    cost = cost + receiveValuesCost(q, costOfBitRec); %COST

    cost = cost + PCsUncompressCost(n, q, costOfInstruction); %COST

end

end %END of: if (remainingMeuserementsNo>m)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%% OUTPUTS:

countq

sumq

meanq=sumq/countq

sendData

sendData_withoutPCA_and_Lagr;

```

Συμπύεση Πληροφορίας Πλαισίου με Ανάλυση Κύριων Συνιστωσών

```
measurementCounter = sendData_withoutPCA_and_Lagr/n
```

```
meanTotalError=totalError/measurementCounter;
```

```
meanPcaError = pcaError / pcaErrCounter;
```

```
cost; %COST
```

```
cost_withoutPcaAndLagr=                                traceLength*(transmitValuesCost(n,costOfBitTrans)
+receiveValuesCost(n,costOfBitRec)); %COST
```

```
energyGain = (cost_withoutPcaAndLagr-cost)/cost_withoutPcaAndLagr; %COST
```

```
errorRate = meanTotalError;
```

```
u = energyGain + (1/(1+errorRate));
```

```
%*****
```

Κώδικας προσομοίωσης Σεναρίου 1 και με Lagrange Extrapolation:

```
%*****
```

```
function [errorRate , energyGain, u] = scenario1_opt_FUNCTION (m , l)
```

```
%Υλοποιήση σεναρίου. Ο -sendNode- στέλνει στον -receiveNode-
```

```
%ένα διάστημα 7 παράλληλων μετρήσεων.
```

```
%l apostoli ginetai periodika ws ekshs:
```

```
%Stelnontai -m- μετρήσεις ως έχουν. Αφες αποτελούν τον memory matrix του
```

```
%PCA. Stelnontai -l1- μετρήσεις των -q- διατάξεων (to -q- τον καθορίζει
```

```
%to PCA). Meta, stelnontai -l2- μετρήσεις (l1+l2=l), h kathe mia apo tis
```

```
%οποίες έχει διάσταση 1 h q, analoga an h lagrange provlepsi ths PC
```

```
%sinistwsas kseperna h oxi ena katofli.
```

```
** Kathe Lagrange xrisimopoei History Matrix mikous -l1-, o opoios
```

```
%olisthenei kata 1.
```

```
** Kathe Lagrange epanalamvanetai gia kathe mia apo tis -q- sinistwses pou
```

```
%orise to PCA !
```

```
load /home/panos/Desktop/matlab_diplomatiki_2010/data/sensors_data_clear.mat
```

```
traceMatrix=variables7(:,1:7);
```

```
m
```

```
l
```

```
l1=5
```

```
l2=l-l1
```

```
[traceMatrixlength n] = size(traceMatrix)
```

```
p=0.9
```

```
lagrTh=0.02
```

```
cost=0; %COST
```

```
costOfBitTrans=720; %COST (nJoule)
```

```
costOfBitRec=110; %COST (nJoule)
```

```
costOfInstruction=4; %COST (nJoule)
```

```
sendLagrBitsNo_for1 measurement = 0; %COST
```

```
mpointer=1;
```

```
%lend=0;
```

```
for pp=1:1:387
```

```
totErrPlot(pp)=0;
```

```
pcaErrPlot(pp)=0;
```

```
lagrErr1Plot(pp)=0;
```

```
lagrErr2Plot(pp)=0;
```

```
lagrErr3Plot(pp)=0;
```

```
lagrErr4Plot(pp)=0;
```

```
lagrErr5Plot(pp)=0;
```

```
    lagrErr6Plot(pp)=0;  
    lagrErr7Plot(pp)=0;  
    sendDataPlot(pp)=0;  
end
```

```
sendData=0;  
totalError=0;  
totalError_withoutLagr = 0;  
pcaError=0;  
lagrangeError1=0;  
lagrangeError2=0;  
lagrangeError3=0;  
lagrangeError4=0;  
lagrangeError5=0;  
lagrangeError6=0;  
lagrangeError7=0;  
lagrErrCounter1=0;  
lagrErrCounter2=0;  
lagrErrCounter3=0;  
lagrErrCounter4=0;  
lagrErrCounter5=0;  
lagrErrCounter6=0;  
lagrErrCounter7=0;  
pcaErrCounter=0;
```

```
meanLagrangeError1=0;  
meanLagrangeError2=0;  
meanLagrangeError3=0;  
meanLagrangeError4=0;  
meanLagrangeError5=0;  
meanLagrangeError6=0;
```

```
meanLagrangeError7=0;
```

```
sendLagrBits=0;
```

```
sendData_withoutLagr=0;
```

```
sendData_withoutPCA_and_Lagr=0;
```

```
sumq=0;
```

```
countq=0;
```

```
lend=0;
```

```
while (lend==0)
```

```
    %Stelnei -m*n- metriseis opws akriwos einai
```

```
    for j=1:1:m
```

```
        H(j,:) = traceMatrix(mpointer+j-1,:); %Kataskevi History matrix gia PCA
```

```
        sendDataPlot(mpointer+j-1)= n;
```

```
        sendData= sendData +n;
```

```
        sendData_withoutLagr= sendData_withoutLagr + n;
```

```
        sendData_withoutPCA_and_Lagr = sendData_withoutPCA_and_Lagr + n;
```

```
        cost = cost + transmitValuesCost(n, costOfBitTrans); %COST
```

```
        cost = cost + receiveValuesCost(n, costOfBitRec); %COST
```

```
%mpointer+j-1
```

```
    end
```

```
%KAI pompos KAI dektis xrisimopoioun tis prohgoumenes -m- metriseis ws memory gia PCA. Kanoun
```

```
%PCA kai kratan tis prwtes -q- PCs wste h metavlitota na einai -p%-.
```

```

[coeff, meanH, q] = InHistorymatrixOutPcacoef_2 (H,p);

sumq=sumq+q;

countq=countq+1;

%pompos

cost = cost + createPcaCoeffCost(n,m,costOfInstruction); %COST

%dektis

cost = cost + createPcaCoeffCost(n,m,costOfInstruction); %COST

%Oles oi metriseis tou traceMatrix apo -mpointer+m- ws -mpointer+m+l-1- tha ipostoun
%PCA, me vasi ton -coeff-. Etsi, kathe mia apo aftes tis metriseis tha exei pleon -q- PCs.
%Oles aftes oi PCA times tha apothikeftoun ston pinaka -IPCAMEauserements-.

IPCAMEauserements = [ T((mpointer+m):(mpointer+m+l-1))          (traceMatrix((mpointer+m):
(mpointer+m+l-1),:) - repmat(meanH,[l,1]))*coeff(:,1:q)  ];

%Ypologismos twv PCA errors gia tis metriseis sto diastima -l-.

IPcaMinusRealMeauserementsNorm = sqrt(sum( ( ( IPCAMEauserements(:, 2:(q+1))*coeff' +
repmat(meanH,[l,1]) ) - traceMatrix((mpointer+m):(mpointer+m+l-1),:).^2 ,2) );

IRealMeauserementsNorm = sqrt(sum( traceMatrix((mpointer+m):(mpointer+m+l-1),:).^2 ,2) );

for zd=1:1:l %Prostasia, gia na mhn ginei diaresh me to mhden
    if (IRealMeauserementsNorm(zd)==0)
        IRealMeauserementsNorm(zd)=0.0000000000000001;
    end
end

IPCAMEauserementsError = IPcaMinusRealMeauserementsNorm ./ IRealMeauserementsNorm;

for j=1:1:l
    pcaErrPlot(mpointer+m+j-1)=IPCAMEauserementsError(j);
end

```

```

totalError_withoutLagr = totalError_withoutLagr + IPCAMeuserementsError(j);
sendData_withoutLagr= sendData_withoutLagr +q;
sendData_withoutPCA_and_Lagr = sendData_withoutPCA_and_Lagr + n;
end
pcaError = pcaError + sum(IPCAMeuserementsError);
pcaErrCounter = pcaErrCounter + l;

%Apo -mpointer+m- ws -mpointer+m+l1-1-, stelontai ta antistixa PCs ws exoun
for j=1:1:l1
    totErrPlot(mpointer+m+j-1)= pcaErrPlot(mpointer+m+j-1);
    totalError = totalError + pcaErrPlot(mpointer+m+j-1);
    sendDataPlot(mpointer+m+j-1) = q;
    sendData= sendData +q;

    cost = cost + PCsCompressCost(n, q, costOfInstruction); %COST
    cost = cost + transmitValuesCost(q, costOfBitTrans); %COST
    cost = cost + receiveValuesCost(q, costOfBitRec); %COST
    cost = cost + PCsUncompressCost(n, q, costOfInstruction); %COST
%mpointer+m+j-1
end

%Gia kathe enan apo tous -q- PCs twm metrisewn apo -mpointer+m+l1- ws -mpointer+m+l-1-
%kanw Lagrange, xrisimopoiwntas ws history tis amesws prohgoumenes -l1- PCA metriseis.
%Me vasei ena katwfli, krinw an tha stalei h PC sinistwsa h apla ena bit.
for k1=1:1:l2 %apo -mpointer+m+l1- ws -mpointer+m+l-1-

    for k2=1:1:q %gia kathe enan apo tous -q- PCs ths sigkekrimenis metrishs
        PCPredict = lagrange (IPCAMeuserements(k1:(k1+l1-1),1)', IPCAMeuserements(k1:(k1+l1-1),
(k2+1))', IPCAMeuserements(k1+l1,1));
        PCReal = IPCAMeuserements(k1+l1,k2+1);
    end
end

```

```
pcax_afterLagr(k2) = PCPredict;

%to tetragwniko sfalma logw Lagrange provlepsis

lagrError= abs(PCReal-PCPredict);

lagrErrorPortion= lagrError/abs(PCReal);

%Me vasei ena katwfli, krinw an tha stalei h PC sinistwsa h apla ena bit.

if (lagrErrorPortion>lagrTh)

    sendDataPlot(mpointer+m+l1+k1-1)= sendDataPlot(mpointer+m+l1+k1-1) + 1;

    sendData = sendData + 1;

    pcax_afterLagr(k2) = PCReal;

end

    if (lagrErrorPortion<=lagrTh) %An h Lagrange provlepsi den kseperna to katwfli, stelnw apla ena
'anagnwristiko' bit

        sendLagrBits = sendLagrBits + 1;

        sendLagrBitsNo_for1measurement = sendLagrBitsNo_for1measurement + 1; %COST

end

if (k2==1)

    lagrErr1Plot(mpointer+m+l1+k1-1)=lagrErrorPortion;

    lagrangeError1= lagrangeError1 + lagrErrorPortion;

    lagrErrCounter1= lagrErrCounter1 + 1;

end

if (k2==2)

    lagrErr2Plot(mpointer+m+l1+k1-1)=lagrErrorPortion;

    lagrangeError2= lagrangeError2 + lagrErrorPortion;

    lagrErrCounter2= lagrErrCounter2 + 1;

end

if (k2==3)

    lagrErr3Plot(mpointer+m+l1+k1-1)=lagrErrorPortion;

    lagrangeError3= lagrangeError3 + lagrErrorPortion;

    lagrErrCounter3= lagrErrCounter3 + 1;
```



```
end

if (k2==4)

    lagrErr4Plot(mpointer+m+l1+k1-1)=lagrErrorPortion;

    lagrangeError4= lagrangeError4 + lagrErrorPortion;

    lagrErrCounter4= lagrErrCounter4 + 1;

end

if (k2==5)

    lagrErr5Plot(mpointer+m+l1+k1-1)=lagrErrorPortion;

    lagrangeError5= lagrangeError5 + lagrErrorPortion;

    lagrErrCounter5= lagrErrCounter5 + 1;

end

if (k2==6)

    lagrErr6Plot(mpointer+m+l1+k1-1)=lagrErrorPortion;

    lagrangeError6= lagrangeError6 + lagrErrorPortion;

    lagrErrCounter6= lagrErrCounter6 + 1;

end

if (k2==7)

    lagrErr7Plot(mpointer+m+l1+k1-1)=lagrErrorPortion;

    lagrangeError7= lagrangeError7 + lagrErrorPortion;

    lagrErrCounter7= lagrErrCounter7 + 1;

end

end

cost = cost + PCsCompressCost(n, q, costOfInstruction); %COST
cost = cost + qLagrangeExtrapolationsCost (q, l1, costOfInstruction); %COST
%sendLagrBitsNo_for1measurement %COST TEST
cost = cost + transmitValuesCost ((q-sendLagrBitsNo_for1measurement),costOfBitTrans); %COST
cost = cost + transmitLagrBitsCost (sendLagrBitsNo_for1measurement,costOfBitTrans); %COST
cost = cost + receiveValuesCost ((q-sendLagrBitsNo_for1measurement),costOfBitRec); %COST
```

```

cost = cost + receiveLagrBitsCost (sendLagrBitsNo_for1measurement,costOfBitRec); %COST

cost = cost + qLagrangeExtrapolationsCost (sendLagrBitsNo_for1measurement, l1, costOfInstruction);
%COST

cost = cost + PCsUncompressCost (n, q, costOfInstruction); %COST

sendLagrBitsNo_for1measurement = 0; %COST

%Ipologismos totalError gia th metrsh -mpointer+m+l1+k1-1-
    lagrErrNorm = sqrt(sum( ( ( pcax_afterLagr(1:q)*coeff(:,1:q)' + meanH ) -
traceMatrix(mpointer+m+l1+k1-1,:) ).^2 ));

realPcaMeausNorm = sqrt(sum( traceMatrix(mpointer+m+l1+k1-1,:) ).^2 ));

if (realPcaMeausNorm==0) %Prostasia, gia na mhn ginei diaresh me to mhden
    realPcaMeausNorm=0.0000000000000001;
end

totErrPlot(mpointer+m+l1+k1-1) = lagrErrNorm / realPcaMeausNorm;

totalError = totalError + totErrPlot(mpointer+m+l1+k1-1);

%O pinakas -IPCAMEauserements- enimerwnetai me tin NEA "ypologismenh" metrisi
-pcax_afterLagr(1:q)-.

%Sthn akraia periptwsh, an kai oi -q- PCs ksepernoun to katwfli tote h -pcax_afterLagr(1:q)- tha
taftizetai

%me thn hdh yparxousa timh tou pinaka -IPCAMEauserements- sthn idia thesh.

%H allagh affi ston pinaka ginetai gia na exoun o pompos kai o dekths tous IDIOUS "history matrixes"
kathe fora

%pou provlepoun enan PC. ALLIWS, an o pompos eixe ston history matrix mono tous pragmatikous
PCs, enw o dekths eixe

%history matrix pou perilamvanei KAI PCs pou proekipsan apo Lagrange extrapolation, tote o pompos
kai o dekths mporei

%na ekanan diaforetiki provlepsi gia ton idio PC. AFTO DEN THA TO THELAME, giati:

%GIA PARADEIGMA: O pompos TOTE me Lagrange Extrapolation tha ekrine pws o provlepomenos
PC den kseperna to katwfli,

%kai tha eidopoiouse ton dekth na provlepsei aftos, me diko tou Lagrange Extrapolation, ton PC.
Omws, einai pithano

%o dekths, logw diaforetikou history matrix, na ypologize ton PC me megalo sfalma (>katwfli), KAI
AFTO DEN THA TO THELAME.

```

```
IPCAMEasurements(k1+l1,2:q+1) = pcax_afterLagr(1:q);
```

```
end
```

```
mpointer = mpointer + m + l;
```

```
if ( (mpointer+m+l-1)>traceMatrixlength )
```

```
    lend=1;
```

```
end
```

```
end %end of while loop
```

```
%Oi teleftaies metriseis pou den einai aerketes gia loop%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
remainingMeasurementsNo = traceMatrixlength-mpointer+1
```

```
if (remainingMeasurementsNo<=m)%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
%Stelnei -remainingMeasurementsNo- (<=m) metriseis opws akriwvws einai
```

```
for j=1:1:remainingMeasurementsNo
```

```
    sendDataPlot(mpointer+j-1)= n;
```

```
    sendData= sendData +n;
```

```
    sendData_withoutLagr= sendData_withoutLagr + n;
```

```
    sendData_withoutPCA_and_Lagr = sendData_withoutPCA_and_Lagr + n;
```

```
    cost = cost + transmitValuesCost(n, costOfBitTrans); %COST
```

```
    cost = cost + receiveValuesCost(n, costOfBitRec); %COST
```

```

end

end %END of: if (remainingMeuserementsNo<=m)

if (remainingMeuserementsNo>m)%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%

%Stelnei -m*n- metriseis opws akriwvs einai

for j=1:1:m

    H(j,:) = traceMatrix(mpointer+j-1,:); %Kataskevi History matrix gia PCA

    sendDataPlot(mpointer+j-1)= n;

    sendData= sendData +n;

    sendData_withoutLagr= sendData_withoutLagr + n;

    sendData_withoutPCA_and_Lagr = sendData_withoutPCA_and_Lagr + n;

    cost = cost + transmitValuesCost(n, costOfBitTrans); %COST

    cost = cost + receiveValuesCost(n, costOfBitRec); %COST

%mpointer+j-1

end

%KAI pompos KAI dektis xrisimopoioun tis prohgomenes -m- metriseis ws memory gia PCA. Kanoun
%PCA kai kratan tis prwtes -q- PCs wste h metavlitota na einai -p%-.

[coeff, meanH, q] = lnHistorymatrixOutPcacoef_2 (H,p);

sumq=sumq+q;

countq=countq+1;

%pompos

cost = cost + createPcaCoeffCost(n,m,costOfInstruction); %COST

%dektis

cost = cost + createPcaCoeffCost(n,m,costOfInstruction); %COST

```

```

%Oles oi metrises tou traceMatrix apo -mpointer+m- ws -traceMatrixlength- tha ipostoun
%PCA, me vasi ton -coeff-. Etsi, kathe mia apo aftes tis metrises tha exei pleon -q- PCs.
%Oles aftes oi PCA times tha apothikeftoun ston pinaka -finalPCAMeuserements-.

finalPCAMeuserements = [ T((mpointer+m):(traceMatrixlength)) (traceMatrix((mpointer+m):
(traceMatrixlength),:) - repmat(meanH,[(remainingMeuserementsNo-m),1]))*coeff(:,1:q) ];

%Ypologismos twv PCA errors gia tis metrises sto diastima -l-.

finalPcaMinusRealMeuserementsNorm = sqrt(sum( ( finalPCAMeuserements(:, 2:(q+1))*coeff +
repmat(meanH,[(remainingMeuserementsNo-m),1]) ) - traceMatrix((mpointer+m):
(traceMatrixlength),:).^2 ,2) );

finalRealMeuserementsNorm = sqrt(sum( traceMatrix((mpointer+m):(traceMatrixlength),:).^2 ,2) );

for zd=1:1:(remainingMeuserementsNo-m) %Prostasia, gia na mhn ginei diaresh me to mhden
    if (finalRealMeuserementsNorm(zd)==0)
        finalRealMeuserementsNorm(zd)=0.0000000000000001;
    end
end

finalPCAMeuserementsError = finalPcaMinusRealMeuserementsNorm ./
finalRealMeuserementsNorm;

for j=1:1:(remainingMeuserementsNo-m)
    pcaErrPlot(mpointer+m+j-1)=finalPCAMeuserementsError(j);
    totalError_withoutLagr = totalError_withoutLagr + finalPCAMeuserementsError(j);
    sendData_withoutLagr= sendData_withoutLagr +q;
    sendData_withoutPCA_and_Lagr = sendData_withoutPCA_and_Lagr + n;
end

pcaError = pcaError + sum(finalPCAMeuserementsError);
pcaErrCounter = pcaErrCounter + (remainingMeuserementsNo-m);

%An DEN iparxei to katallilo plithos metrisewn -l1- wste na sximatistei lagrange history matrix%%%%%%%%
%%%%%%%%%

```

```

if ((remainingMeuserementsNo-m)<=l1)
    %Apo -mpointer+m- ws -traceMatrixlength-, stelntai ta antistixa PCs ws exoun
    for j=1:1:(remainingMeuserementsNo-m)
        totErrPlot(mpointer+m+j-1)= pcaErrPlot(mpointer+m+j-1);
        totalError = totalError + pcaErrPlot(mpointer+m+j-1);
        sendDataPlot(mpointer+m+j-1) = q;
        sendData= sendData +q;

        cost = cost + PCsCompressCost(n, q, costOfInstruction); %COST
        cost = cost + transmitValuesCost(q, costOfBitTrans); %COST
        cost = cost + receiveValuesCost(q, costOfBitRec); %COST
        cost = cost + PCsUncompressCost(n, q, costOfInstruction); %COST
    end
end %END: if ((remainingMeuserementsNo-m)<=l1)

```

%An iparxei to katallilo plithos metrisewn -l1- wste na sximatistei lagrange history matrix%%%%%%%%%

```

if ((remainingMeuserementsNo-m)>l1)
    %Apo -mpointer+m- ws -mpointer+m+l1-1-, stelntai ta antistixa PCs ws exoun
    for j=1:1:l1
        totErrPlot(mpointer+m+j-1)= pcaErrPlot(mpointer+m+j-1);
        totalError = totalError + pcaErrPlot(mpointer+m+j-1);
        sendDataPlot(mpointer+m+j-1) = q;
        sendData= sendData +q;

        cost = cost + PCsCompressCost(n, q, costOfInstruction); %COST
        cost = cost + transmitValuesCost(q, costOfBitTrans); %COST
        cost = cost + receiveValuesCost(q, costOfBitRec); %COST
        cost = cost + PCsUncompressCost(n, q, costOfInstruction); %COST
    end
end

```

```

%Gia kathe enan apo tous -q- PCs twm metrisewn apo -mpointer+m+l1- ws -traceMatrixlength-
%kanw Lagrange, xrisimopoiwntas ws history tis amesws prohgomenes -l1- PCA metriseis.
%Me vasei ena katwfli, krinw an tha stalei h PC sinistwsa h apla ena bit.
for k1=1:1:(remainingMeuserementsNo-m-l1) %apo -mpointer+m+l1- ws -traceMatrixlength-
    for k2=1:1:q %gia kathe enan apo tous -q- PCs ths sigkekrimenis metrishs
        PCPredict = lagrange (finalPCAMeuserements(k1:(k1+l1-1),1)', finalPCAMeuserements(k1:
(k1+l1-1),(k2+1))', finalPCAMeuserements(k1+l1,1));
        PCReal = finalPCAMeuserements(k1+l1,k2+1);

        pcax_afterLagr(k2) = PCPredict;
        %to tetragwniko sfalma logw Lagrange provlepsis
        lagrError= abs(PCReal-PCPredict);
        lagrErrorPortion= lagrError/abs(PCReal);
        %Me vasei ena katwfli, krinw an tha stalei h PC sinistwsa h apla ena bit.
        if (lagrErrorPortion>lagrTh)
            sendDataPlot(mpointer+m+l1+k1-1)= sendDataPlot(mpointer+m+l1+k1-1) + 1;
            sendData = sendData + 1;
            pcax_afterLagr(k2) = PCReal;
        end
        if (lagrErrorPortion<=lagrTh) %An h Lagrange provlepsi den kseperna to katwfli, stelnw apla ena
'anagnwristiko' bit
            sendLagrBits = sendLagrBits + 1;

            sendLagrBitsNo_for1measurement = sendLagrBitsNo_for1measurement + 1; %COST
        end

        if (k2==1)
            lagrErr1Plot(mpointer+m+l1+k1-1)=lagrErrorPortion;
            lagrangeError1= lagrangeError1 + lagrErrorPortion;
            lagrErrCounter1= lagrErrCounter1 + 1;
        end
    end
end

```

```
if (k2==2)

    lagrErr2Plot(mpointer+m+1+k1-1)=lagrErrorPortion;

    lagrangeError2= lagrangeError2 + lagrErrorPortion;

    lagrErrCounter2= lagrErrCounter2 + 1;

end

if (k2==3)

    lagrErr3Plot(mpointer+m+1+k1-1)=lagrErrorPortion;

    lagrangeError3= lagrangeError3 + lagrErrorPortion;

    lagrErrCounter3= lagrErrCounter3 + 1;

end

if (k2==4)

    lagrErr4Plot(mpointer+m+1+k1-1)=lagrErrorPortion;

    lagrangeError4= lagrangeError4 + lagrErrorPortion;

    lagrErrCounter4= lagrErrCounter4 + 1;

end

if (k2==5)

    lagrErr5Plot(mpointer+m+1+k1-1)=lagrErrorPortion;

    lagrangeError5= lagrangeError5 + lagrErrorPortion;

    lagrErrCounter5= lagrErrCounter5 + 1;

end

if (k2==6)

    lagrErr6Plot(mpointer+m+1+k1-1)=lagrErrorPortion;

    lagrangeError6= lagrangeError6 + lagrErrorPortion;

    lagrErrCounter6= lagrErrCounter6 + 1;

end

if (k2==7)

    lagrErr7Plot(mpointer+m+1+k1-1)=lagrErrorPortion;

    lagrangeError7= lagrangeError7 + lagrErrorPortion;

    lagrErrCounter7= lagrErrCounter7 + 1;

end
```


end

cost = cost + PCsCompressCost(n, q, costOfInstruction); %COST

cost = cost + qLagrangeExtrapolationsCost (q, l1, costOfInstruction); %COST

%sendLagrBitsNo_for1measurement %COST TEST

cost = cost + transmitValuesCost ((q-sendLagrBitsNo_for1measurement),costOfBitTrans); %COST

cost = cost + transmitLagrBitsCost (sendLagrBitsNo_for1measurement,costOfBitTrans); %COST

cost = cost + receiveValuesCost ((q-sendLagrBitsNo_for1measurement),costOfBitRec); %COST

cost = cost + receiveLagrBitsCost (sendLagrBitsNo_for1measurement,costOfBitRec); %COST

cost = cost + qLagrangeExtrapolationsCost (sendLagrBitsNo_for1measurement, l1, costOfInstruction); %COST

cost = cost + PCsUncompressCost (n, q, costOfInstruction); %COST

sendLagrBitsNo_for1measurement = 0; %COST

%Ipologismos totalError gia th metrshsh -mpointer+m+l1+k1-1-

lagrErrNorm = sqrt(sum(((pcax_afterLagr(1:q)*coeff(:,1:q)' + meanH) - traceMatrix(mpointer+m+l1+k1-1,:).^2)));

realPcaMeausNorm = sqrt(sum(traceMatrix(mpointer+m+l1+k1-1,:).^2));

if (realPcaMeausNorm==0) %Prostasia, gia na mhn ginei diaresh me to mhden

realPcaMeausNorm=0.0000000000000001;

end

totErrPlot(mpointer+m+l1+k1-1) = lagrErrNorm / realPcaMeausNorm;

totalError = totalError + totErrPlot(mpointer+m+l1+k1-1);

%O pinakas -finalPCAMEauserements- enimerwnetai me tin NEA "ypologismenh" metrisi -pcax_afterLagr(1:q)-.

%Sthn akraia periptwsh, an kai oi -q- PCs ksepernoun to katwfli tote h -pcax_afterLagr(1:q)- tha taftizetai

%me thn hdh yparxousa timh tou pinaka -finalPCAMEauserements- sthn idia thesh.

%H allagh afti ston pinaka ginetai gia na exoun o pompos kai o dekths tous IDIOUS "history matrixes" kathe fora

%pou provlepoun enan PC. ALLIWS, an o pompos eixe ston history matrix mono tous pragmatikous

PCs, enw o dekths eixe

%history matrix pou perilamvanei KAI PCs pou proekipsan apo Lagrange extrapolation, tote o pompos kai o dekths mporei

%na ekanan diaforetiki provlepsis gia ton idio PC. AFTO DEN THA TO THELAME, giati:

%GIA PARADEIGMA: O pompos TOTE me Lagrange Extrapolation tha ekrine pws o provlepomenos PC den kseperna to katwfli,

%kai tha eidopoiouse ton dekth na provlepsei aftos, me diko tou Lagrange Extrapolation, ton PC. Omws, einai pithano

%o dekths, logw diaforetikou history matrix, na ypologize ton PC me megalo sfalma (>katwfli), KAI AFTO DEN THA TO THELAME.

finalPCAMEasurements(k1+l1,2:q+1) = pcax_afterLagr(1:q);

end

end %END: if ((remainingMeasurementsNo-m)>l1)

end %END: if (remainingMeasurementsNo>m)

%%%

%%%

%% OUTPUTS:

meanq=sumq/countq

sendData

sendLagrBits

sendData_withoutLagr;

sendData_withoutPCA_and_Lagr;

measurementCounter = sendData_withoutPCA_and_Lagr/n

meanTotalError=totalError/measurementCounter;

meanTotalError_withoutLagr = totalError_withoutLagr / measurementCounter;

meanPcaError = pcaError / pcaErrCounter;

```
if (lagrErrCounter1>0)
meanLagrangeError1 = lagrangeError1 / lagrErrCounter1;
end
if (lagrErrCounter2>0)
meanLagrangeError2 = lagrangeError2 / lagrErrCounter2;
end
if (lagrErrCounter3>0)
meanLagrangeError3 = lagrangeError3 / lagrErrCounter3;
end
if (lagrErrCounter4>0)
meanLagrangeError4 = lagrangeError4 / lagrErrCounter4;
end
if (lagrErrCounter5>0)
meanLagrangeError5 = lagrangeError5 / lagrErrCounter5;
end
if (lagrErrCounter6>0)
meanLagrangeError6 = lagrangeError6 / lagrErrCounter6;
end
if (lagrErrCounter7>0)
meanLagrangeError7 = lagrangeError7 / lagrErrCounter7;
end
meanLagrangeError1;
meanLagrangeError2;
meanLagrangeError3;
meanLagrangeError4;
meanLagrangeError5;
meanLagrangeError6;
meanLagrangeError7;

cost; %COST
```

```
cost_withoutPcaAndLagr= traceMatrixlength*(transmitValuesCost(n,costOfBitTrans)
+receiveValuesCost(n,costOfBitRec)); %COST
```

```
energyGain = (cost_withoutPcaAndLagr-cost)/cost_withoutPcaAndLagr; %COST
```

```
errorRate = meanTotalError;
```

```
u = energyGain + (1/(1+errorRate));
```

```
%*****
```

Κώδικας προσομοίωσης Σεναρίου 2 χωρίς Lagrange Extrapolation:

```
%*****
```

```
function [errorRate , energyGain, u] = scenario2_withoutLagrange_FUNCTION2 (m , l)
```

```
%Υλοποιήσh σεναρίου. Ο -sendNode- σtelnei ston -receiveNode-
```

```
%ena dianisma 7 parallilwn metrisewn.
```

```
%Stin arxi o sendnode stelnei tis m prwtes metriseis opws akriwvs einai, xwris PCA.
```

```
%Afto to kanei, giati prepei na dhmiourgithei prwta o history matrix apo opou tha prokipsoun oi PCA sintelestes.
```

```
%STI SINEXEIA, apostoli ginetai PERIODIKA ws ekshs:
```

```
%Apo thn PROIGOUMENH PERIODO, iparxoun idi ipologismena ta: {coeff1, meanH1, q1}, pou xrisimopoiountai gia
```

```
%na metatrepei o sendnode tis metriseis se PCs protou tis steilei, kai ta {coeff2, meanH2, q2}, pou xrisimopoiountai
```

```
%gia na epanaferei o receiveNode tis lamvanomenes PCA metriseis se morf h pragmatikwn sintetagmenwn.
```

```
%ARXH PERIODOU:
```

```
%Stelnontai -l- metriseis tw n -q- diastasewn (to -q- ton kathORIZOUN
```

```
%ta PCA).
```

```
%Oi teleftaies -m- metriseis apo to sinolo tw n -l- metrisewn xrisimopoiountai apo
```

```
%ton pompo asympiestes, se kanonikes sintetagmenes, ws PCA history matrix gia ton ipologismo
```

```
% NEW : {coeff1, meanH1, q1}.
```

```
%Τα {coeff1, meanH1, q1} stelnontai ston dekth , kai epomenws isxyei: {coeff2, meanH2, q2} = {coeff1, meanH1, q1}.
```

```
load /home/panos/Desktop/matlab_diplomatiki_2010/data/sensors_data_clear.mat
```

```
m
```

```
l
```

```
[var7length n] = size(variables7)
```

```
p=0.9
```

```
%lagrTh=0.02
```

```
cost=0; %COST
```

```
costOfBitTrans=720; %COST (nJoule)
```

```
costOfBitRec=110; %COST (nJoule)
```

```
costOfInstruction=4; %COST (nJoule)
```

```
lpointer=m+1;
```

```
for pp=1:1:var7length
```

```
    totErrPlot(pp)=0;
```

```
    sendDataPlot(pp)=0;
```

```
end
```

```
sendData=0;
```

```
totalError=0;
```

```
sendData_withoutPCA_and_Lagr=0;
```

```
sumq=0;
countq=0;

lend=0;

%PRWTA, stelontai oi -m- prwtes metrises OLOU TOU TRACE, opws akrivws einai, asimpiestes.
%Afto simvainei MONO 1 FORA se olo to trace.
%TOTE, o sendnode kai o receiveNode exoun ton IDIO history matrix kai ara: {coeff1, meanH1, q1} =
{coeff2, meanH2, q2}.
for j=1:1:m
    H1(j,:) = variables7(j,:); %Kataskevi History matrix gia PCA
    sendDataPlot(j)= n;
    sendData= sendData +n;
    sendData_withoutPCA_and_Lagr = sendData_withoutPCA_and_Lagr + n;

    cost = cost + transmitValuesCost(n, costOfBitTrans); %COST
    cost = cost + receiveValuesCost(n, costOfBitRec); %COST
end
%Oi prwtes -m- metrises xrisimopoiountai apo
%ton pompo asympiestes, se kanonikes sintetagmenes, ws PCA history matrix gia ton ipologismo tw
{coeff1, meanH1, q1}.
%Ta {coeff1, meanH1, q1} stelontai ston dekth , kai epomenws isxyei: {coeff2, meanH2, q2} = {coeff1,
meanH1, q1}.
%Sto PCA kratw tis prwtes -q- PCs wste h metavlitotita na einai -p%-
[coeff1, meanH1, q1] = InHistorymatrixOutPccoeff_2 (H1,p);
coeff2=coeff1; % {coeff1, meanH1, q1} = {coeff2, meanH2, q2}.
meanH2=meanH1;
q2=q1;
q=q1;
```

```
cost = cost + createPcaCoeffCost(n,m,costOfInstruction); %COST
cost = cost + transmitValuesCost((n*(q+1)), costOfBitTrans); %COST NEW
cost = cost + receiveValuesCost((n*(q+1)), costOfBitRec); %COST NEW
```

```
sendData = sendData + (n*q);
```

```
%ARXI PERIODOU
```

```
while (lend==0)
```

```
lpointer;
```

```
    sumq=sumq+q;
```

```
    countq=countq+1;
```

```
    %Oles oi metriseis tou variables7 apo -lpointer- ws -lpointer+l-1- tha ipostoun apo ton SENDNODE
```

```
    %PCA, me vasi ta {coeff1, meanH1, q1}. Etsi, kathe mia apo aftes tis metriseis tha exei pleon -q- PCs.
```

```
    %Oles aftes oi PCA times pou STELNEI o -sendnode- sto diastima -l- tha apothikeftoun ston pinaka -IPCAMEauserements-.
```

```
    IPCAMEauserements = [ T((lpointer):(lpointer+l-1))      (variables7((lpointer):(lpointer+l-1),:)) -
    repmat(meanH1,[l,1]))*coeff1(:,1:q) ];
```

```
    %Ypologismos twm PCA errors gia tis metriseis sto diastima -l-.
```

```
    %O RECEIVENODE anagennei tis PCA times tou -IPCAMEauserements- matrix pou LAMVANEI, xrisimopoiwntas ta {coeff2, meanH2, q2}={coeff1, meanH1, q1}.
```

```
    IPcaMinusRealMeauserementsNorm = sqrt(sum( ( ( IPCAMEauserements(:, 2:(q+1))*coeff2(:,1:q)' +
    repmat(meanH2,[l,1]) ) - variables7((lpointer):(lpointer+l-1),:)) .^2 ,2) );
```

```
    IRealMeauserementsNorm = sqrt(sum( variables7((lpointer):(lpointer+l-1),:)) .^2 ,2) );
```

```
    for zd=1:1:l %Prostasia, gia na mhn ginei diaresh me to mhden
```

```
        if (IRealMeauserementsNorm(zd)==0)
```

```
            IRealMeauserementsNorm(zd)=0.0000000000000001;
```

```
        end
```

end

IPCAMEauserementsError = IPcaMinusRealMeauserementsNorm ./ IRealMeauserementsNorm;

for j=1:1:l

totErrPlot(lpointer+j-1)=IPCAMEauserementsError(j);

totalError = totalError + IPCAMEauserementsError(j);

sendDataPlot(lpointer+j-1) = q;

sendData= sendData +q;

sendData_withoutPCA_and_Lagr = sendData_withoutPCA_and_Lagr + n;

cost = cost + PCsCompressCost(n, (q), costOfInstruction); %COST NEW

cost = cost + transmitValuesCost(q, costOfBitTrans); %COST

cost = cost + receiveValuesCost(q, costOfBitRec); %COST

cost = cost + PCsUncompressCost(n, (q), costOfInstruction); %COST NEW

end

%Evresi twm: {coeff1, meanH1, q1}, {coeff2, meanH2, q2} , q, ta opoia THA XRISIMOPOIHTHOUN sthn EPOMENH PERIODO.

%Afta prokiptoun apo ton sendnode, apo tis -m- teleftaies metriseis tou sinolou twm -l- metrisewn.

% -----

%SENDNODE: Pairnei tis -m- teleftaies metriseis tou sinolou -l-, ASYMPIESTES (se pragmatikes sintetagmenes), kanei PCA kai

% paragei ta NEA {coeff1, meanH1, q1}

H1(1:m,:) = variables7((lpointer+l-m):(lpointer+l-1), :); %Kataskevi History matrix gia PCA

[coeff1, meanH1, q1] = lnHistorymatrixOutPcacoef_2 (H1(1:m,:),p);

%RECEIVENODE: Lamvanei ta NEA {coeff1, meanH1, q1} pou to esteile o pompos kai ara: {coeff2,

meanH2, q2} = {coeff1, meanH1, q1}

coeff2=coeff1; % {coeff1, meanH1, q1} = {coeff2, meanH2, q2}.

meanH2=meanH1;

q2=q1;

q=q1;

cost = cost + createPcaCoeffCost(n,m,costOfInstruction); %COST

cost = cost + transmitValuesCost((n*(q+1)), costOfBitTrans); %COST NEW

cost = cost + receiveValuesCost((n*(q+1)), costOfBitRec); %COST NEW

sendData = sendData + (n*q);

%%TEST for m=50, l1=5, l2=100 , p=1 , lagrTh=0

%if (lpointer==51)

%blatestinloop1h1= H1(1:m,:) - variables7(106:155, :) ; %%%%

%blatestinloop1h2= H2(1:m,:) - variables7(106:155, :) ; %%%%

%end

%if (lpointer==156)

%blatestinloop2h1= H1(1:m,:) - variables7(211:260, :) ; %%%%

%blatestinloop2h2= H2(1:m,:) - variables7(211:260, :) ; %%%%

%end

%if (lpointer==261)

%blatestinloop3h1= H1(1:m,:) - variables7(316:365, :) ; %%%%

%blatestinloop3h2= H2(1:m,:) - variables7(316:365, :) ; %%%%

%end

%%END TEST (Eprepe oloi oi pinakes na vgoun midenikoi)

```
% -----  
  
%-----  
  
lpointer = lpointer + l;  
  
if ( (lpointer+l-1)>var7length )  
    lend=1;  
end  
  
end  
  
%TELOS PERIODOU  
  
  
  
%GIA TIS TELEFTAIES METRISEIS POU DEN EPARKOUN GIA NA SXIMATISTEI  
PERIODOS*****  
  
if (lpointer<=var7length)  
  
    sumq=sumq+q;  
  
    countq=countq+1;  
  
    %Oles oi metriseis tou variables7 apo -lpointer- ws -var7length- tha ipostoun apo ton SENDNODE  
  
    %PCA, me vasi ta {coeff1, meanH1, q1}. Etsi, kathe mia apo aftes tis metriseis tha exei pleon -q- PCs.  
  
    %Oles aftes oi PCA times pou STELNEI o -sendnode- tha apothikeftoun ston pinaka  
-finalPCAMEauserements-.  
  
    finalPCAMEauserements = [ (variables7((lpointer:var7length),:) - repmat(meanH1,[(var7length-  
lpointer+1),1]))*coeff1(:,1:q) ];  
  
    %Υπολογισμος twν PCA errors gia tis metriseis sto diastima -l-.  
  
    %O RECEIVENODE anagennei tis PCA times tou -finalPCAMEauserements- matrix pou LAMVANEI,
```

xrisimopoiwntas ta {coeff2, meanH2, q2}={coeff1, meanH1, q1}.

```
finalPcaMinusRealMeauserementsNorm = sqrt(sum( ( ( finalPCAMeauserements(:, (1:q))*coeff2(:,1:q)' + repmat(meanH2,[(var7length-lpointer+1),1]) ) - variables7((lpointer):(var7length),:)) .^2 ,2) );
```

```
finalRealMeauserementsNorm = sqrt(sum( variables7((lpointer):(var7length),:) .^2 ,2) );
```

```
for zd=1:1:(var7length-lpointer+1) %Prostasia, gia na mhn ginei diaresh me to mhden
```

```
    if (finalRealMeauserementsNorm(zd)==0)
```

```
        finalRealMeauserementsNorm(zd)=0.0000000000000001;
```

```
    end
```

```
end
```

```
finalPCAMeauserementsError = finalPcaMinusRealMeauserementsNorm ./ finalRealMeauserementsNorm;
```

```
for j=1:1:(var7length-lpointer+1)
```

```
    totErrPlot(lpointer+j-1)=finalPCAMeauserementsError(j);
```

```
    totalError = totalError + finalPCAMeauserementsError(j);
```

```
    sendDataPlot(lpointer+j-1) = q;
```

```
    sendData= sendData +q;
```

```
    sendData_withoutPCA_and_Lagr = sendData_withoutPCA_and_Lagr + n;
```

```
    cost = cost + PCsCompressCost(n, (q), costOfInstruction); %COST NEW
```

```
    cost = cost + transmitValuesCost(q, costOfBitTrans); %COST
```

```
    cost = cost + receiveValuesCost(q, costOfBitRec); %COST
```

```
    cost = cost + PCsUncompressCost(n, (q), costOfInstruction); %COST NEW
```

```
end
```

```
end
```

```
%*****  
*****
```

%%%

%% OUTPUTS:

sumq

countq

meanq=sumq/countq

sendData

sendData_withoutPCA_and_Lagr;

measurementCounter = sendData_withoutPCA_and_Lagr/n

meanTotalError=totalError/measurementCounter;

cost %COST

cost_withoutPcaAndLagr= var7length*(transmitValuesCost(n,costOfBitTrans)
+receiveValuesCost(n,costOfBitRec)) %COST

energyGain = (cost_withoutPcaAndLagr-cost)/cost_withoutPcaAndLagr; %COST

errorRate = meanTotalError;

u = energyGain + (1/(1+errorRate));

pragmmeanerr= totalError / ((countq*1)+m);

%%%

Κώδικας προσομοίωσης Σεναρίου 2 και με Lagrange Extrapolation:

%%%

function [errorRate , energyGain, u] = scenario2_FUNCTION2 (m , l)

%Ylopoihs senariou. O -sendNode- stelnei ston -receiveNode-

%ena dianisma 7 parallilwn metrisewn.

%Stin arxi o sendnode stelnei tis m prwtes metriseis opws akriwvs einai, xwris PCA.

%Afto to kanei, giati prepei na dhmiourgithei prwta o history matrix apo opou tha prokipsoun oi PCA sintelestes.

%STI SINEXEIA, apostoli ginetai PERIODIKA ws ekshs:

%Apo thn PROIGOUMENH PERIODO, iparxoun idi ipologismena ta: {coeff1, meanH1, q1}, pou xrisimopoiountai gia

%na metatrepei o sendnode tis metriseis se PCs protou tis steilei, kai ta {coeff2, meanH2, q2}, pou xrisimopoiountai

%gia na epanaferei o receivecode tis lamvanomenes PCA metriseis se morfhn pragmatikwn sintetagmenwn.

%ARXH PERIODOU:

%Stelnontai -l1- metriseis twv -q- diastasevwn (to -q- ton kathORIZOUN

%ta PCA). Meta, stelnontai -l2- metriseis (l1+l2=l), h kathe mia apo tis

%opoies exei diastasi 1 ws q, analoga an h lagrange provlepsi ths PC

%sinistwsas kseperna h oxi ena katofli.

%** Kathe Lagrange xrisimopoei History Matrix mikous -l1-, o opoios

%olisthenei kata 1.

%** Kathe Lagrange epanalamvanetai gia kathe mia apo tis -q- sinistwses pou

%orise to PCA !

%Oi teleftaies -m- metriseis apo to sinolo twv -l- metrisevwn xrisimopoiountai apo

%ton pompo asympiestes, se kanonikes sintetagmenes, ws PCA history matrix gia ton ipologismo

% NEWN : {coeff1, meanH1, q1}.

%Ta {coeff1, meanH1, q1} stelnontai ston deKth , kai epomenws isxyei: {coeff2, meanH2, q2} = {coeff1, meanH1, q1}.

load /home/panos/Desktop/matlab_diplomatiki_2010/data/sensors_data_clear.mat

m

l

l1=5

l2=l-l1

[var7length n] = size(variables7)

p=0.9

lagrTh=0.02

cost=0; %COST

costOfBitTrans=720; %COST (nJoule)

costOfBitRec=110; %COST (nJoule)

costOfInstruction=4; %COST (nJoule)

sendLagrBitsNo_for1measurement = 0; %COST

lpointer=m+1;

for pp=1:1:var7length

totErrPlot(pp)=0;

totErrPlot_withoutLagr(pp)=0;

lagrErr1Plot(pp)=0;

lagrErr2Plot(pp)=0;

lagrErr3Plot(pp)=0;

lagrErr4Plot(pp)=0;

lagrErr5Plot(pp)=0;

lagrErr6Plot(pp)=0;

lagrErr7Plot(pp)=0;

sendDataPlot(pp)=0;

end

```
sendData=0;
totalError=0;
totalError_withoutLagr = 0;
lagrangeError1=0;
lagrangeError2=0;
lagrangeError3=0;
lagrangeError4=0;
lagrangeError5=0;
lagrangeError6=0;
lagrangeError7=0;
lagrErrCounter1=0;
lagrErrCounter2=0;
lagrErrCounter3=0;
lagrErrCounter4=0;
lagrErrCounter5=0;
lagrErrCounter6=0;
lagrErrCounter7=0;

meanLagrangeError1=0;
meanLagrangeError2=0;
meanLagrangeError3=0;
meanLagrangeError4=0;
meanLagrangeError5=0;
meanLagrangeError6=0;
meanLagrangeError7=0;

sendLagrBits=0;

sendData_withoutLagr=0;
sendData_withoutPCA_and_Lagr=0;
```

```
sumq=0;
```

```
countq=0;
```

```
lend=0;
```

```
%PRWTA, stelnontai oi -m- prwtes metriseis OLOU TOU TRACE, opws akriwvs einai, asimpiestes.
```

```
%Afto simvainei MONO 1 FORA se olo to trace.
```

```
%TOTE, o sendnode kai o receivenode exoun ton IDIO history matrix kai ara: {coeff1, meanH1, q1} = {coeff2, meanH2, q2}.
```

```
for j=1:1:m
```

```
    H1(j,:) = variables7(j,:); %Kataskevi History matrix gia PCA
```

```
    sendDataPlot(j)= n;
```

```
    sendData= sendData +n;
```

```
    sendData_withoutLagr= sendData_withoutLagr + n;
```

```
    sendData_withoutPCA_and_Lagr = sendData_withoutPCA_and_Lagr + n;
```

```
    cost = cost + transmitValuesCost(n, costOfBitTrans); %COST
```

```
    cost = cost + receiveValuesCost(n, costOfBitRec); %COST
```

```
end
```

```
%Oi prwtes -m- metriseis xrisimopoiountai apo
```

```
%ton pompo asimpiestes, se kanonikes sintetagmenes, ws PCA history matrix gia ton ipologismo tw n {coeff1, meanH1, q1}.
```

```
%Ta {coeff1, meanH1, q1} stelnontai ston dekth , kai epomenws isxyei: {coeff2, meanH2, q2} = {coeff1, meanH1, q1}.
```

```
%Sto PCA krataw tis prwtes -q- PCs wste h metavlitotita na einai -p%-.
```

```
[coeff1, meanH1, q1] = InHistorymatrixOutPccoeff_2 (H1,p);
```

```
coeff2=coeff1; % {coeff1, meanH1, q1} = {coeff2, meanH2, q2}.
```

```
meanH2=meanH1;
```

```
q2=q1;
```

```
q=q1;
```



```
cost = cost + createPcaCoeffCost(n,m,costOfInstruction); %COST
cost = cost + transmitValuesCost((n*(q+1)), costOfBitTrans); %COST NEW
cost = cost + receiveValuesCost((n*(q+1)), costOfBitRec); %COST NEW
```

```
sendData = sendData + (n*q);
sendData_withoutLagr= sendData_withoutLagr + (n*q);
```

%ARXI PERIODOU

```
while (lend==0)
```

```
lpointer;
```

```
sumq=sumq+q;
```

```
countq=countq+1;
```

```
%Oles oi metrises tou variables7 apo -lpointer- ws -lpointer+l-1- tha ipostoun apo ton SENDNODE
```

```
%PCA, me vasi ta {coeff1, meanH1, q1}. Etsi, kathe mia apo aftes tis metrises tha exei pleon -q- PCs.
```

```
%Oles aftes oi PCA times pou STELNEI o -sendnode- sto diastima -l- tha apothikeftoun ston pinaka -IPCAMEauserements-.
```

```
IPCAMEauserements = [ T((lpointer):(lpointer+l-1)) (variables7((lpointer):(lpointer+l-1),:) - repmat(meanH1,[l,1]))*coeff1(:,1:q) ];
```

```
%Ypologismos twv PCA errors gia tis metrises sto diastima -l-.
```

```
%O RECEIVENODE anagennei tis PCA times tou -IPCAMEauserements- matrix pou LAMVANEI, xrisimopoiwntas ta {coeff2, meanH2, q2}.
```

```
IPcaMinusRealMeauserementsNorm = sqrt(sum( ( ( IPCAMEauserements(:, 2:(q+1))*coeff2(:,1:q)' + repmat(meanH2,[l,1]) ) - variables7((lpointer):(lpointer+l-1),:)) .^2 ,2) );
```

```
lRealMeauserementsNorm = sqrt(sum( variables7((lpointer):(lpointer+l-1),:) .^2 ,2) );
```

```
for zd=1:1:l %Prostasia, gia na mhn ginei diairesi me to mhden
```

```
if (lRealMeauserementsNorm(zd)==0)
```

```
    IRealMeuserementsNorm(zd)=0.0000000000000001;
end
end

IPCAMEuserementsError = IPCaMinusRealMeuserementsNorm ./ IRealMeuserementsNorm;

for j=1:1:l
    totErrPlot_withoutLagr(lpointer+j-1)=IPCAMEuserementsError(j);
    totalError_withoutLagr = totalError_withoutLagr + IPCAMEuserementsError(j);
    sendData_withoutLagr= sendData_withoutLagr +q;
    sendData_withoutPCA_and_Lagr = sendData_withoutPCA_and_Lagr + n;
end

%Apo -lpointer- ws -lpointer+l1-1-, stelontai ta antistixa PCs ws exoun
for j=1:1:l1
    totErrPlot(lpointer+j-1)= totErrPlot_withoutLagr(lpointer+j-1);
    totalError = totalError + totErrPlot_withoutLagr(lpointer+j-1);
    sendDataPlot(lpointer+j-1) = q;
    sendData= sendData +q;

    cost = cost + PCsCompressCost(n, (q), costOfInstruction); %COST NEW
    cost = cost + transmitValuesCost(q, costOfBitTrans); %COST
    cost = cost + receiveValuesCost(q, costOfBitRec); %COST
    cost = cost + PCsUncompressCost(n, (q), costOfInstruction); %COST NEW
end

%Gia kathe enan apo tous -q- PCs tw n metrisewn apo -lpointer+l1- ws -lpointer+l1-
%kanw Lagrange, xrisimopoiwntas ws history tis amesws prohgoumenes -l1- PCA metriseis.
%KAI o sendnode KAI o receivenode prepei na kanoun tous IDIOUS ipologismous Lagrange kai ara
%na exoun IDIOUS -l1- lagrange history matrixes.
```

```

%Me vasei ena katwfli, krinw an tha stalei h PC sinistwsa h apla ena bit.

for k1=1:1:l2 %apo -lpointer+l1- ws -lpointer+l1-

    for k2=1:1:q %gia kathe enan apo tous -q- PCs ths sigkekrimenis metrishs

        PCPredict = lagrange (IPCAMEauserements(k1:(k1+l1-1),1)', IPCAMEauserements(k1:(k1+l1-1),
(k2+1))', IPCAMEauserements(k1+l1,1));

        PCReal = IPCAMEauserements(k1+l1,k2+1);

        pcax_afterLagr(k2) = PCPredict;

        %to tetragwniko sfalma logw Lagrange provlepsis

        lagrError= abs(PCReal-PCPredict);

        if (PCReal==0) %Elegxos apofighs diareshs me to mhden

            PCReal=0.0000000000000001;

        end

        lagrErrorPortion= lagrError/abs(PCReal);

        %Me vasei ena katwfli, krinw an tha stalei h PC sinistwsa h apla ena bit.

        if (lagrErrorPortion>lagrTh)

            sendDataPlot(lpointer+l1+k1-1)= sendDataPlot(lpointer+l1+k1-1) + 1;

            sendData = sendData + 1;

            pcax_afterLagr(k2) = PCReal;

        end

        if (lagrErrorPortion<=lagrTh) %An h Lagrange provlepsi den kseperna to katwfli, stelnw apla ena
'anagnwristiko' bit

            sendLagrBits = sendLagrBits + 1;

            sendLagrBitsNo_for1measurement = sendLagrBitsNo_for1measurement + 1; %COST

        end

        if (k2==1)

            lagrErr1Plot(lpointer+l1+k1-1)=lagrErrorPortion;

            lagrangeError1= lagrangeError1 + lagrErrorPortion;

            lagrErrCounter1= lagrErrCounter1 + 1;

        end

        if (k2==2)

```

```
    lagrErr2Plot(lpoiner+l1+k1-1)=lagrErrorPortion;
    lagrangeError2= lagrangeError2 + lagrErrorPortion;
    lagrErrCounter2= lagrErrCounter2 + 1;
end
if (k2==3)
    lagrErr3Plot(lpoiner+l1+k1-1)=lagrErrorPortion;
    lagrangeError3= lagrangeError3 + lagrErrorPortion;
    lagrErrCounter3= lagrErrCounter3 + 1;
end
if (k2==4)
    lagrErr4Plot(lpoiner+l1+k1-1)=lagrErrorPortion;
    lagrangeError4= lagrangeError4 + lagrErrorPortion;
    lagrErrCounter4= lagrErrCounter4 + 1;
end
if (k2==5)
    lagrErr5Plot(lpoiner+l1+k1-1)=lagrErrorPortion;
    lagrangeError5= lagrangeError5 + lagrErrorPortion;
    lagrErrCounter5= lagrErrCounter5 + 1;
end
if (k2==6)
    lagrErr6Plot(lpoiner+l1+k1-1)=lagrErrorPortion;
    lagrangeError6= lagrangeError6 + lagrErrorPortion;
    lagrErrCounter6= lagrErrCounter6 + 1;
end
if (k2==7)
    lagrErr7Plot(lpoiner+l1+k1-1)=lagrErrorPortion;
    lagrangeError7= lagrangeError7 + lagrErrorPortion;
    lagrErrCounter7= lagrErrCounter7 + 1;
end
```

```

end

cost = cost + PCsCompressCost(n, (q), costOfInstruction); %COST NEW
cost = cost + qLagrangeExtrapolationsCost (q, l1, costOfInstruction); %COST
%sendLagrBitsNo_for1measurement %COST TEST
cost = cost + transmitValuesCost ((q-sendLagrBitsNo_for1measurement),costOfBitTrans); %COST
cost = cost + transmitLagrBitsCost (sendLagrBitsNo_for1measurement,costOfBitTrans); %COST
cost = cost + receiveValuesCost ((q-sendLagrBitsNo_for1measurement),costOfBitRec); %COST
cost = cost + receiveLagrBitsCost (sendLagrBitsNo_for1measurement,costOfBitRec); %COST
cost = cost + qLagrangeExtrapolationsCost (sendLagrBitsNo_for1measurement, l1, costOfInstruction);
%COST

cost = cost + PCsUncompressCost (n, (q), costOfInstruction); %COST NEW
sendLagrBitsNo_for1measurement = 0; %COST

%Ipologismos totalError gia th metrshsh -lpointer+11+k1-1-
lagrErrNorm = sqrt(sum( ( ( pcax_afterLagr(1:q)*coeff2(:,1:q)' + meanH2 ) - variables7(lpointer+11+k1-1,:)).^2 ));
realPcaMeausNorm = sqrt(sum( variables7(lpointer+11+k1-1,:).^2 ));
if (realPcaMeausNorm==0) %Prostasia, gia na mhn ginei diaresh me to mhden
    realPcaMeausNorm=0.0000000000000001;
end
totErrPlot(lpointer+11+k1-1) = lagrErrNorm / realPcaMeausNorm;
totalError = totalError + totErrPlot(lpointer+11+k1-1);

%O pinakas -IPCAMEauserements- enimerwnetai me tin NEA "ypologismenh" metrisi
-pcax_afterLagr(1:q)-.

%Sthn akraia periptwsh, an kai oi -q- PCs ksepernoun to katwfli tote h -pcax_afterLagr(1:q)- tha
taftizetai

%me thn hdh yparxousa timh tou pinaka -IPCAMEauserements- sthn idia thesh.

%H allagh affi ston pinaka ginetai gia na exoun o pompos kai o dekhths tous IDIOUS "history matrixes"
kathe fora

%pou provlepon enan PC. ALLIWS, an o pompos eixe ston history matrix mono tous pragmatikous
PCs, enw o dekhths eixe

%history matrix pou perilamvanei KAI PCs pou proekipsan apo Lagrange extrapolation, tote o pompos
kai o dekhths mporei

```

%na ekanan diaforetiki provlepsis gia ton idio PC. AFTO DEN THA TO THELAME, giati:

%GIA PARADEIGMA: O pompos TOTE me Lagrange Extrapolation tha ekrine pws o provlepomenos PC den kseperna to katwfli,

%kai tha eidopoiouse ton dekth na provlepsei aftos, me diko tou Lagrange Extrapolation, ton PC. Omws, einai pithano

%o dekths, logw diaforetikou history matrix, na ypologize ton PC me megalo sfalma (>katwfli), KAI AFTO DEN THA TO THELAME.

IPCAMEauserements(k1+l1,2:q+1) = pcax_afterLagr(1:q);

end

%Evresi tw'n: {coeff1, meanH1, q1}, {coeff2, meanH2, q2} , q, ta opoia THA XRISIMOPOIHTHOUN sthn EPOMENH PERIODO.

%Afta prokiptoun apo ton sendnode, apo tis -m- teleftaies metriseis tou sinolou tw'n -l- metrisewn.

% -----

%SENDNODE: Pairnei tis -m- teleftaies metriseis tou sinolou -l-, ASYMPIESTES (se pragmatikes sintetagmenes), kanei PCA kai

% paragei ta NEA {coeff1, meanH1, q1}

H1(1:m,:) = variables7((lpointer+l-m):(lpointer+l-1), :); %Kataskevi History matrix gia PCA

[coeff1, meanH1, q1] = lnHistorymatrixOutPcacoef_2 (H1(1:m,:),p);

%RECEIVENODE: Lamvanei ta NEA {coeff1, meanH1, q1} pou to esteile o pompos kai ara: {coeff2, meanH2, q2} = {coeff1, meanH1, q1}

coeff2=coeff1; % {coeff1, meanH1, q1} = {coeff2, meanH2, q2}.

meanH2=meanH1;

q2=q1;

q=q1;

cost = cost + createPcaCoeffCost(n,m,costOfInstruction); %COST

cost = cost + transmitValuesCost((n*(q+1)), costOfBitTrans); %COST NEW

```
cost = cost + receiveValuesCost((n*(q+1)), costOfBitRec); %COST NEW
```

```
sendData = sendData + (n*q);
```

```
sendData_withoutLagr= sendData_withoutLagr + (n*q);
```

```
%%TEST for m=50, l1=5, l2=100 , p=1 , lagrTh=0
```

```
%if (lpointer==51)
```

```
%blatestinloop1h1= H1(1:m,:) - variables7(106:155, :) ; %%%%%%%%%
```

```
%blatestinloop1h2= H2(1:m,:) - variables7(106:155, :) ; %%%%%%%%%
```

```
%end
```

```
%if (lpointer==156)
```

```
%blatestinloop2h1= H1(1:m,:) - variables7(211:260, :) ; %%%%%%%%%
```

```
%blatestinloop2h2= H2(1:m,:) - variables7(211:260, :) ; %%%%%%%%%
```

```
%end
```

```
%if (lpointer==261)
```

```
%blatestinloop3h1= H1(1:m,:) - variables7(316:365, :) ; %%%%%%%%%
```

```
%blatestinloop3h2= H2(1:m,:) - variables7(316:365, :) ; %%%%%%%%%
```

```
%end
```

```
%%END TEST (Eprepe oloi oi pinakes na vgoun midenikoi)
```

```
%-----
```

```
%-----
```

```
lpointer = lpointer + l;
```

```

if ( (lpointer+l-1)>var7length )
    lend=1;
end

end

%TELOS PERIODOU

%GIA TIS TELEFTAIES METRISEIS POU DEN EPARKOUN GIA NA SXIMATISTEI
PERIODOS*****

if (lpointer<=var7length)

    sumq=sumq+q;

    countq=countq+1;

    %Oles oi metriseis tou variables7 apo -lpointer- ws -var7length- tha ipostoun apo ton SENDNODE

    %PCA, me vasi ta {coeff1, meanH1, q1}. Etsi, kathe mia apo aftes tis metriseis tha exei pleon -q- PCs.

    %Oles aftes oi PCA times pou STELNEI o -sendnode- tha apothikeftoun ston pinaka
    -finalPCAMeuserements-.

    finalPCAMeuserements = [ T((lpointer):(var7length))      (variables7((lpointer):(var7length),:) -
    repmat(meanH1,[(var7length-lpointer+1),1]))*coeff1(:,1:q)  ];

    %Ypologismos twn PCA errors gia tis metriseis sto diastima -(var7length-lpointer+1)-.

    %O RECEIVENODE anagennei tis PCA times tou -finalPCAMeuserements- matrix pou LAMVANEI,
    xrisimopoiwntas ta {coeff2, meanH2, q2}={coeff1, meanH1, q1}.

    finalPcaMinusRealMeuserementsNorm = sqrt(sum( ( ( finalPCAMeuserements(:, 2:(q+1))*coeff2(:,1:q)'
    + repmat(meanH2,[(var7length-lpointer+1),1]) ) - variables7((lpointer):(var7length),:).^2 ,2) );

    finalRealMeuserementsNorm = sqrt(sum( variables7((lpointer):(var7length),:).^2 ,2) );

    for zd=1:1:(var7length-lpointer+1) %Prostasia, gia na mhn ginei diaresh me to mhden
        if (finalRealMeuserementsNorm(zd)==0)

```



```

        finalRealMeuserementsNorm(zd)=0.0000000000000001;

    end

end

        finalPCAMeuserementsError    =    finalPcaMinusRealMeuserementsNorm    ./
finalRealMeuserementsNorm;

for j=1:1:(var7length-lpointer+1)

    totErrPlot_withoutLagr(lpointer+j-1)=finalPCAMeuserementsError(j);

    totalError_withoutLagr = totalError_withoutLagr + finalPCAMeuserementsError(j);

    sendData_withoutLagr= sendData_withoutLagr +q;

    sendData_withoutPCA_and_Lagr = sendData_withoutPCA_and_Lagr + n;

end

if ( (var7length-lpointer+1)>11 )

%Apo -lpointer- ws -lpointer+11-1-, stelontai ta antistixa PCs ws exoun
for j=1:1:11

    totErrPlot(lpointer+j-1)= totErrPlot_withoutLagr(lpointer+j-1);

    totalError = totalError + totErrPlot_withoutLagr(lpointer+j-1);

    sendDataPlot(lpointer+j-1) = q;

    sendData= sendData +q;

    cost = cost + PCsCompressCost(n, (q), costOfInstruction); %COST NEW

    cost = cost + transmitValuesCost(q, costOfBitTrans); %COST

    cost = cost + receiveValuesCost(q, costOfBitRec); %COST

    cost = cost + PCsUncompressCost(n, (q), costOfInstruction); %COST NEW

end

```

```

%Gia kathe enan apo tous -q- PCs twm metrisewn apo -lpointer+l1- ws -var7length-
%kanw Lagrange, xrisimopoiwntas ws history tis amesws prohgoumenes -l1- PCA metriseis.
%KAI o sendnode KAI o receiveNode prepei na kanoun tous IDIOUS ipologismous Lagrange kai ara
%na exoun IDIOUS -l1- lagrange history matrixes.
%Me vasei ena katwfli, krinw an tha stalei h PC sinistwsa h apla ena bit.
for k1=1:1: ( var7length - (lpointer+l1-1) ) %apo -lpointer+l1- ws -var7length-
    for k2=1:1:q %gia kathe enan apo tous -q- PCs ths sigkekrimenis metrishs
        PCPredict = lagrange (finalPCAMEauserements(k1:(k1+l1-1),1)', finalPCAMEauserements(k1:
(k1+l1-1),(k2+1))', finalPCAMEauserements(k1+l1,1));
        PCReal = finalPCAMEauserements(k1+l1,k2+1);

        pcax_afterLagr(k2) = PCPredict;

        %to tetragwniko sfalma logw Lagrange provlepsis
        lagrError= abs(PCReal-PCPredict);
        if (PCReal==0) %Elegxos apofighs diareshs me to mhden
            PCReal=0.0000000000000001;
        end
        lagrErrorPortion= lagrError/abs(PCReal);
        %Me vasei ena katwfli, krinw an tha stalei h PC sinistwsa h apla ena bit.
        if (lagrErrorPortion>lagrTh)
            sendDataPlot(lpointer+l1+k1-1)= sendDataPlot(lpointer+l1+k1-1) + 1;
            sendData = sendData + 1;
            pcax_afterLagr(k2) = PCReal;
        end
        if (lagrErrorPortion<=lagrTh) %An h Lagrange provlepsi den kseperna to katwfli, stelnw apla ena
'anagnwristiko' bit
            sendLagrBits = sendLagrBits + 1;

            sendLagrBitsNo_for1measurement = sendLagrBitsNo_for1measurement + 1; %COST
        end

        if (k2==1)
            lagrErr1Plot(lpointer+l1+k1-1)=lagrErrorPortion;
    end
end

```

```
    lagrangeError1= lagrangeError1 + lagrErrorPortion;
    lagrErrCounter1= lagrErrCounter1 + 1;
end
if (k2==2)
    lagrErr2Plot(lpoiner+l1+k1-1)=lagrErrorPortion;
    lagrangeError2= lagrangeError2 + lagrErrorPortion;
    lagrErrCounter2= lagrErrCounter2 + 1;
end
if (k2==3)
    lagrErr3Plot(lpoiner+l1+k1-1)=lagrErrorPortion;
    lagrangeError3= lagrangeError3 + lagrErrorPortion;
    lagrErrCounter3= lagrErrCounter3 + 1;
end
if (k2==4)
    lagrErr4Plot(lpoiner+l1+k1-1)=lagrErrorPortion;
    lagrangeError4= lagrangeError4 + lagrErrorPortion;
    lagrErrCounter4= lagrErrCounter4 + 1;
end
if (k2==5)
    lagrErr5Plot(lpoiner+l1+k1-1)=lagrErrorPortion;
    lagrangeError5= lagrangeError5 + lagrErrorPortion;
    lagrErrCounter5= lagrErrCounter5 + 1;
end
if (k2==6)
    lagrErr6Plot(lpoiner+l1+k1-1)=lagrErrorPortion;
    lagrangeError6= lagrangeError6 + lagrErrorPortion;
    lagrErrCounter6= lagrErrCounter6 + 1;
end
if (k2==7)
    lagrErr7Plot(lpoiner+l1+k1-1)=lagrErrorPortion;
    lagrangeError7= lagrangeError7 + lagrErrorPortion;
```

```

    lagrErrCounter7= lagrErrCounter7 + 1;

end

end

cost = cost + PCsCompressCost(n, (q), costOfInstruction); %COST NEW
cost = cost + qLagrangeExtrapolationsCost (q, l1, costOfInstruction); %COST
%sendLagrBitsNo_for1measurement %COST TEST
cost = cost + transmitValuesCost ((q-sendLagrBitsNo_for1measurement),costOfBitTrans); %COST
cost = cost + transmitLagrBitsCost (sendLagrBitsNo_for1measurement,costOfBitTrans); %COST
cost = cost + receiveValuesCost ((q-sendLagrBitsNo_for1measurement),costOfBitRec); %COST
cost = cost + receiveLagrBitsCost (sendLagrBitsNo_for1measurement,costOfBitRec); %COST
cost = cost + qLagrangeExtrapolationsCost (sendLagrBitsNo_for1measurement, l1, costOfInstruction);
%COST
cost = cost + PCsUncompressCost (n, (q), costOfInstruction); %COST NEW
sendLagrBitsNo_for1measurement = 0; %COST

%Ipologismos totalError gia th metrsh -lpointer+l1+k1-1-
lagrErrNorm = sqrt(sum( ( ( pcax_afterLagr(1:q)*coeff2(:,1:q)' + meanH2 ) - variables7(lpointer+l1+k1-1,:) ).^2 ) );
realPcaMeausNorm = sqrt(sum( variables7(lpointer+l1+k1-1,:) .^2 ) );
if (realPcaMeausNorm==0) %Prostasia, gia na mhn ginei diaresh me to mhden
    realPcaMeausNorm=0.0000000000000001;
end
totErrPlot(lpointer+l1+k1-1) = lagrErrNorm / realPcaMeausNorm;
totalError = totalError + totErrPlot(lpointer+l1+k1-1);

%O pinakas -finalPCAMeuserements- enimerwnetai me tin NEA "ypologismenh" metrisi
-pcax_afterLagr(1:q)-
%Sthn akraia periptwsh, an kai oi -q- PCs kseperoun to katwfli tote h -pcax_afterLagr(1:q)- tha
taftizetai

```

%me thn hdh yparxousa timh tou pinaka -finalPCAMEauserements- sthn idia thesh.

%H allagh afti ston pinaka ginetai gia na exoun o pompos kai o dekths tous IDIOUS "history matrixes" kathe fora

%pou provlepoun enan PC. ALLIWS, an o pompos eixe ston history matrix mono tous pragmatikous PCs, enw o dekths eixe

%history matrix pou perilamvanei KAI PCs pou proekipsan apo Lagrange extrapolation, tote o pompos kai o dekths mporei

%na ekanan diaforetiki provlepsis gia ton idio PC. AFTO DEN THA TO THELAME, giati:

%GIA PARADEIGMA: O pompos TOTE me Lagrange Extrapolation tha ekrine pws o provlepomenos PC den kseperna to katwfli,

%kai tha eidopoioyse ton dekth na provlepsei aftos, me diko tou Lagrange Extrapolation, ton PC. Omws, einai pithano

%o dekths, logw diaforetikou history matrix, na ypologize ton PC me megalo sfalma (>katwfli), KAI AFTO DEN THA TO THELAME.

finalPCAMEauserements(k1+l1,2:q+1) = pcax_afterLagr(1:q);

end

end %end of: if ((var7length-lpointer+1)>l1)

if ((var7length-lpointer+1)<=l1)

%Apo -lpointer- ws -lpointer+l1-1-, stelnontai ta antistixa PCs ws exoun

for j=1:1:(var7length-lpointer+1)

totErrPlot(lpointer+j-1)= totErrPlot_withoutLagr(lpointer+j-1);

totalError = totalError + totErrPlot_withoutLagr(lpointer+j-1);

sendDataPlot(lpointer+j-1) = q;

sendData= sendData +q;

cost = cost + PCsCompressCost(n, (q), costOfInstruction); %COST NEW

cost = cost + transmitValuesCost(q, costOfBitTrans); %COST

cost = cost + receiveValuesCost(q, costOfBitRec); %COST

cost = cost + PCsUncompressCost(n, (q), costOfInstruction); %COST NEW

end

end %end of: if ((var7length-lpointer+1)<=l1)

end

%*****

%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%

% OUTPUTS:

sumq

countq

meanq=sumq/countq

sendData

sendLagrBits

sendData_withoutLagr;

sendData_withoutPCA_and_Lagr;

measurementCounter = sendData_withoutPCA_and_Lagr/n

meanTotalError=totalError/measurementCounter;

meanTotalError_withoutLagr = totalError_withoutLagr / measurementCounter;

if (lagrErrCounter1>0)

meanLagrangeError1 = lagrangeError1 / lagrErrCounter1;

end

if (lagrErrCounter2>0)

meanLagrangeError2 = lagrangeError2 / lagrErrCounter2;

end

if (lagrErrCounter3>0)

```
meanLagrangeError3 = lagrangeError3 / lagrErrCounter3;
end
if (lagrErrCounter4>0)
meanLagrangeError4 = lagrangeError4 / lagrErrCounter4;
end
if (lagrErrCounter5>0)
meanLagrangeError5 = lagrangeError5 / lagrErrCounter5;
end
if (lagrErrCounter6>0)
meanLagrangeError6 = lagrangeError6 / lagrErrCounter6;
end
if (lagrErrCounter7>0)
meanLagrangeError7 = lagrangeError7 / lagrErrCounter7;
end
meanLagrangeError1;
meanLagrangeError2;
meanLagrangeError3;
meanLagrangeError4;
meanLagrangeError5;
meanLagrangeError6;
meanLagrangeError7;

cost; %COST

cost_withoutPcaAndLagr=                                var7length*(transmitValuesCost(n,costOfBitTrans)
+receiveValuesCost(n,costOfBitRec)); %COST

energyGain = (cost_withoutPcaAndLagr-cost)/cost_withoutPcaAndLagr; %COST
errorRate = meanTotalError;
```

```
u = energyGain + (1/(1+errorRate));
```

```
%plot(sendDataPlot/n,'k'); hold on
```

```
%plot(totErrPlot,'r')
```

```
pragmmeanerr= totalError / ((countq*I)+m);
```

```
%*****
```

Επίσης, χρησιμοποιούνται τα εξής αρχεία με κώδικα Matlab:

sensors_data_clear.mat

: περιλαμβάνει τις δειγματικές μετρήσεις αισθητήρων που χρησιμοποιούνται για τις προσομοιώσεις

createPcaCoeffCost: υπολογίζει το ενεργειακό κόστος της PCA για την δημιουργία του πίνακα coeff

InHistorymatrixOutPcacoeff_2: υπολογίζει τον πίνακα coeff και τον απαιτούμενο αριθμό από PCs

lagrange: εφαρμόζει προεκβολή Lagrange και προβλέπει μία τιμή

PcsCompressCost: υπολογίζει το ενεργειακό κόστος συμπίεσης μίας μέτρησης σε PCs

PcsUncompressCost: υπολογίζει το ενεργειακό κόστος αποσυμπίεσης μίας μέτρησης από PCs σε πραγματικές συντεταγμένες

qLagrangeExtrapolationsCost: υπολογίζει το συνολικό ενεργειακό κόστος εφαρμογής προεκβολής Lagrange για έναν αριθμό από PCs

receiveLagrBitsCost: υπολογίζει το κόστος λήψης ενός αριθμού από “αναγνωριστικά bits”

receiveValuesCost: υπολογίζει το ενεργειακό κόστος λήψης τιμών

transmitLagrBitsCost : υπολογίζει το κόστος εκπομπής ενός αριθμού από “αναγνωριστικά bits”

transmitValuesCost : υπολογίζει το ενεργειακό κόστος εκπομπής τιμών

TEENprotocol : προσομοιώνει τη λειτουργία του συστήματος TEEN και δίνει ενεργειακό κέρδος και μέσο ποσοστιαίο τετραγωνικό σφάλμα

ΠΙΝΑΚΑΣ ΟΡΟΛΟΓΙΑΣ

Ξενόγλωσσος όρος	Ελληνικός Όρος
context aware systems	συστήματα με επίγνωση πλαισίου
context	πλαίσιο
Principal Component Analysis	Ανάλυση Κύριων Συνιστωσών
principal component	κύρια συνιστώσα
extrapolation	προεκβολή
covariance matrix	πίνακας συνδιακύμανσης
sample covariance matrix	δειγματικός πίνακας συνδιακύμανσης
Power Method	Μέθοδος Δύναμης
Singular Value Decomposition	Αποσύνθεση Μοναδικών Τιμών
neural network	νευρικό δίκτυο

ΣΥΝΤΜΗΣΕΙΣ – ΑΡΚΤΙΚΟΛΕΞΑ

PCA	Principal Component Analysis
PC	principal component
SVD	Singular Value Decomposition

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- [1] Matthias Baldauf, Schahram Dustdar, Florian Rosenberg, "A survey on context-aware systems", *Int. J. Ad Hoc and Ubiquitous Computing*, Vol. 2, No.4, 2007, pp. 263 – 277.
- [2] Bill Schilit, Norman Adams, Roy Want, "Context-Aware Computing Applications", *Mobile Computing Systems and Applications*, 1994, WMCSA 1994, pp. 85-90.
- [3] I.T. Jolliffe, "Principal Component Analysis", Second Edition, Springer.
- [4] Tapani Raiko, Alexander Ilin and Juha Karhunen, "Principal Component Analysis for Sparse High-Dimensional Data ", *Neural Information Processing Lecture Notes in Computer Science*, Volume 4984/2008, 2008, pp. 566-575.
- [5] Jackson, J. E.: "A User's Guide to Principal Components", A Wiley-Interscience Publication J. Wiley & sons, 2003.
- [6] Qin S.J., Dunia R., "Determining the number of principal components for best reconstruction", *Journal of Process Control*, vol. 10, 2000, pp 245–250.
- [7] Shlens J., "A Tutorial on Principal Component Analysis", 10/12/2005, <http://www.cs.cmu.edu/~elaw/papers/pca.pdf>
- [8] Smith L., "A tutorial on Principal Components Analysis", 26/2/2002, http://www.cs.otago.ac.nz/cosc453/student_tutorials/principal_components.pdf
- [9] Ν. Καδιανάκης, Σ. Καρανάσιος, Α. Φελλούρης, "Ανάλυση ΙΙ - συναρτήσεις πολλών μεταβλητών" , 6η έκδοση (Ε.Μ.Π.) , Αθήνα 2003.
- [10] Ν. Καδιανάκης, Σ. Καρανάσιος, "Γραμμική Άλγεβρα Αναλυτική Γεωμετρία και Εφαρμογές", 2η έκδοση (Ε.Μ.Π.), Αθήνα 2002.
- [11] Christos Anagnostopoulos, Theodoros Anagnostopoulos, Stathes Hadjiefthymiades, "An Adaptive Data Forwarding Scheme for Energy Efficiency in Wireless Sensor Networks", *Intelligent Systems (IS)*, 2010 5th IEEE International Conference, 7-9 July 2010, pp. 396 – 401.
- [12] Manoussos Athanassoulis, Ioannis Alagiannis and Stathes Hadjiefthymiades, "Energy Efficiency in Wireless Sensor Networks: A Utility-Based Architecture", *European Wireless 2007*, Paris, France, April, 2007, (http://p-comp.di.uoa.gr/pubs/UBA_FINAL.pdf).
- [13] T. He, S. Krishnamurthy, J. A. Stankovic, T. Abdelzaher, L. Luo, R. Stoleru, T. Yan, L. Gu, J. Hui, B. Krogh, "Energy-efficient surveillance system using wireless sensor networks", in *Proc. of 2nd Intl. Conf. on Mobile Systems, Applications, and Services*, (ACM MobiSys '04), June 2004, pp.270-283.

- [14] http://campar.in.tum.de/twiki/pub/Chair/TeachingWs05ComputerVision/3DCV_svd_000.pdf (Technical University of Munich, www.navab.cs.tum.edu, 3D Computer Vision Script Draft v.000).
- [15] <http://www.faculty.jacobs-university.de/llinsen/teaching/120202/Lecture10.pdf> (Jacobs University, Visualization and Computer Graphics Lab).
- [16] Arati Manjeshwar and Dharma P. Agrawal, "TEEN: A Routing Protocol for Enhanced Efficiency in Wireless Sensor Networks", Parallel and Distributed Processing Symposium., Proceedings 15th International, pp. 2009 – 2015.
- [17] Α. Μπακόπουλος, Ι. Χρυσοβέργης, "Εισαγωγή στην Αριθμητική Ανάλυση", Εκδόσεις: Συμεών, 1999.
- [18] Ward Cheney, David Kincaid, "Numerical mathematics and computing", 6th edition, (Thomson), 2008.