ΕΑΠ – Θ.Ε. ΠΛΗ36
Σύγχρονα Δίκτυα και Υπηρεσίες

Διαφάνειες ΟΣΣ 04
Ακ. Έτος 2007-2008

Δρ. Ι. Μαριάς
Λέκτορας
Τμήμα Πληροφορικής – Ο.Π.Α.

Περιεχόμενα

- Εισαγωγή στο σχεδιασμό δικτύων
  - Αρχιτεκτονικές και εργαλεία
- Ανάλυση απωλειών και καθυστέρησης
  - M/M/1
  - M/G/1
  - Erlang

Εισαγωγή στο σχεδιασμό δικτύων

- Δομικά στοιχεία
  - Κανάλια
    - ή ζεύξεις
  - Συσκευές
    - Ενεργές
    - Παθητικές

Εισαγωγή στο σχεδιασμό δικτύων

- Δομικά στοιχεία
  - Κανάλια ή ζεύξεις
    - Τηλεφωνικές γραμμές
    - Ομοαξωνικά καλώδια
    - Οπτικές ίνες
    - Μικροκυματικές ζεύξεις
    - Δορυφορικά κανάλια

Εισαγωγή στο σχεδιασμό δικτύων

- Δομικά στοιχεία
  - Κανάλια ή ζεύξεις
    - Κόστος
    - Χωρητικότητα
    - Αξιοπιστία
      - Mean Time Between Failures (MTBF)
      - Mean Time to Repair (MTTR)
      - Αξιοπιστία (R) $$R = 1 - \frac{MTTR}{MTBF}$$

Εισαγωγή στο σχεδιασμό δικτύων

- Δομικά στοιχεία
  - Συσκευές
    - Τερματικά
    - Εξυπηρέτης
    - Πολυπλέκτες / συγκεντρωτές
    - Μεταγωγεις
    - Δρομολογητές
    - Πύλες επικοινωνίας

Εισαγωγή στο σχεδιασμό δικτύων

- Λειτουργίες Δικτύου
  - Πολύπλεξη
  - Μεταγωγή
  - Δρομολόγηση
  - Έλεγχος ροής και συμφόρησης
  - Ασφάλεια
  - Έλεγχος διαθεσιμότητας και εποπτεία βλαβών
  - Διαχείριση

Εισαγωγή στο σχεδιασμό δικτύων

- Αρχιτεκτονικές Δικτύων
  - Κεντρικοποιημένα
  - Κατανεμημένα
  - Δίκτυα φωνής
  - Δίκτυα ολοκληρωμένων υπηρεσιών
  - Τοπικά δίκτυα

Εισαγωγή στο σχεδιασμό δικτύων

- Τρόποι Μεταγωγής
  - Πακέτου
  - Κυκλώματος
  - Τυχαία Πρόσβαση
  - Υβριδική

Εισαγωγή στο σχεδιασμό δικτύων

- Δεδομένα Δικτυακού σχεδιασμού
  - Θέση δικτυακών συσκευών
  - Απαιτήσεις κίνησης
    - Διάρκεια, συνολικός αριθμός πακέτων, έναρξη, αφετηρία/προορισμός
  - Κόστη
    - Συνδέσεων και συσκευών
  - Χαρακτηριστικά συσκευών
    - Ικανότητα διεκπεραίωσης

Εισαγωγή στο σχεδιασμό δικτύων

- Δεδομένα Δικτυακού σχεδιασμού
  - Στόχοι επιδόσεων
    - Ελαχιστοποίηση κόστους και
    - ικανοποίηση ρυθμο-απόδοσης
  - Όρια
    - Καθυστέρησης
    - Απώλειας
    - Επίπεδο χρήσης (utilization)

Εισαγωγή στο σχεδιασμό δικτύων

Δεδομένα Δικτυακού σχεδιασμού

- Καθυστέρηση και χρήση $$D = \frac{D_0}{1-u}$$
  - D_0 χρόνος μετάδοσης πακέτου (σταθερά)
- Κόστος και χρήση $$C = \frac{C_1}{u}$$
  - C_1 κόστος για u=100%
- Κόστος και καθυστέρηση $$C = \frac{C_1 \cdot D}{D - D_0}$$

Εισαγωγή στο σχεδιασμό δικτύων

- Βελτιστοποίηση
  - Χώρος εφικτών λύσεων
  - Αντικειμενική συνάρτηση
  - Βέλτιστη λύση
    - Καλύτερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης
    - Ελάχιστη ή μέγιστη
- Μέθοδος simplex
  - Παράγει βέλτιστα σε προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού

Εισαγωγή στο σχεδιασμό δικτύων

- Οι περιορισμοί – στόχοι εμφανίζονται ως γραμμικοί συνδυασμοί μεταβλητών με συντελεστές βαρύτητας
- Αντικειμενική συνάρτηση z
  - Ελαχιστοποιήσουμε ή μεγιστοποιήσουμε

$$z = \sum_{i=1}^{N} a_i x_i$$

  - Xi είναι οι N μεταβλητές τις οποίες προσπαθούμε να βελτιστοποιήσουμε (μεταβλητές απόφασης)
  - Ai οι αντίστοιχοι συντελεστές βαρύτητας

Εισαγωγή στο σχεδιασμό δικτύων

- Οι περιορισμοί των μεταβλητών απόφασης δίνονται από γραμμικούς συνδυασμούς

$$c_1x_1 + c_2x_2 + ... + c_nx_n \begin{Bmatrix} \leq \\ = \\ \geq \end{Bmatrix} b$$

  - Εφικτή λύση: ικανοποιεί όλους τους περιορισμούς
  - Βέλτιστη λύση: επιτυγχάνεται το επιδιωκόμενο max/min

Εισαγωγή στο σχεδιασμό δικτύων

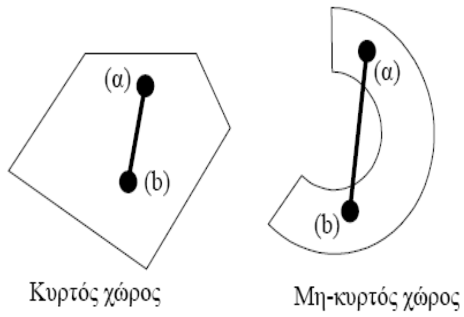
- Παράδειγμα
  - Επιχείρηση παράγει 2 είδη εξαρτημάτων Η/Υ: σκληροί δίσκοι και DVD-ROM.
  - Τα εξαρτήματα επιφέρουν κέρδη 40 € και 50 € αντίστοιχα
  - Η κατασκευή κάθε εξαρτήματος χωρίζεται σε 3 στάδια: επεξεργασία ηλεκτρονικών συστατικών (διαθέσιμος για 12h), επεξεργασία μηχανικών στοιχείων (διαθέσιμος για 30h), και συσκευασία (για 15h).
  - Για κάθε μονάδα εξαρτήματος απαιτούνται χρόνοι:

	Επεξεργασία Ηλεκτρονικών	Επεξεργασία μη ηλεκτρονικών και εξωτερικού περιβλήματος	Τελική Συσκευασία - συναρμολόγηση
Σκληρός Δίσκος	1 λεπτό	5 λεπτό	3 λεπτό
DVD-ROM	2 λεπτό	4 λεπτό	1 λεπτό

<u>Ερώτημα:</u> αριθμός μονάδων από κάθε εξάρτημα στην κατασκευή των οποίων θα πρέπει να προχωρήσει η επιχείρηση ώστε να μεγιστοποιήσει το όφελος της.

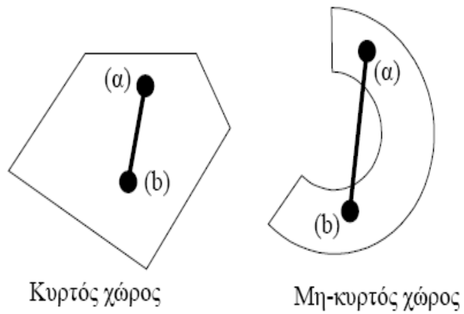
Εισαγωγή στο σχεδιασμό δικτύων

- Convex
  - χώρος λύσεων και αντικειμενική συνάρτηση διακρίνονται από κυρτότητα
  - Έστω συνάρτηση με μεταβλητές x1 και x2 και θέλουμε να εντοπίσουμε το ελάχιστο της συνάρτησης.
  - Έστω τα σημεία εντός πολυγώνου αποτελούν εφικτές λύσεις
  - Ο χώρος λύσεων καλείται κυρτός (convex) όταν για οποιαδήποτε δύο σημεία α και b, μέσα στην θεωρούμενη περιοχή όλα τα σημεία της ευθείας που συνδέει το α με το b βρίσκονται επίσης μέσα στην περιοχή.



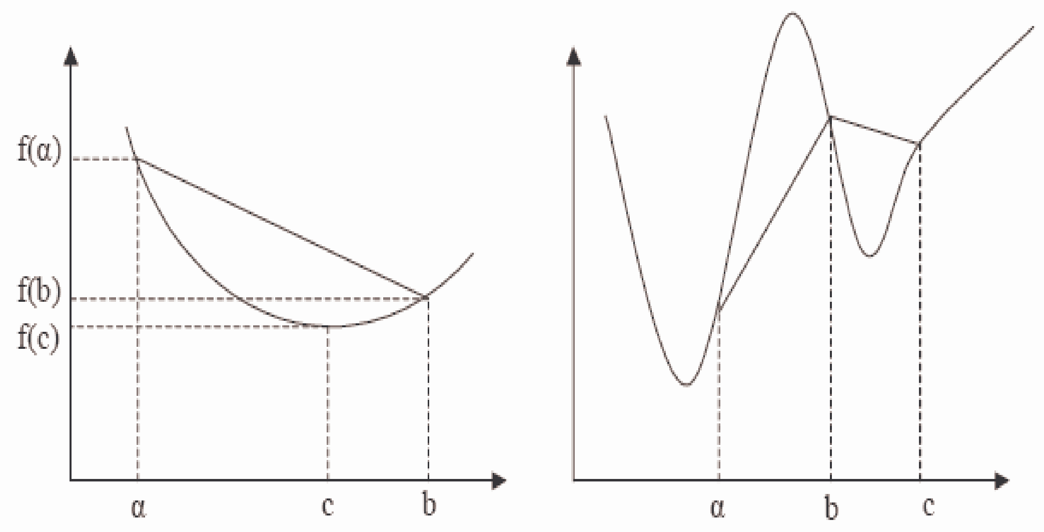
Εισαγωγή στο σχεδιασμό δικτύων

- Κυρτότητα και Convex προβλήματα
  - χώρος λύσεων και αντικειμενική συνάρτηση διακρίνονται από κυρτότητα
  - Έστω συνάρτηση με μεταβλητές x1 και x2 και θέλουμε να εντοπίσουμε το ελάχιστο της συνάρτησης.
  - Έστω τα σημεία εντός πολυγώνου αποτελούν εφικτές λύσεις
  - Ο χώρος λύσεων καλείται κυρτός (convex) όταν για οποιαδήποτε δύο σημεία α και b, μέσα στην θεωρούμενη περιοχή όλα τα σημεία της ευθείας που συνδέει το α με το b βρίσκονται επίσης μέσα στην περιοχή.



Κυρτότητα και Convex προβλήματα

- f(c) κυρτή συνάρτηση (convex): για κάθε σημείο c μεταξύ των α και b, η τιμή f(c) βρίσκεται κάτω από την ευθεία που συνδέει τα f(α) και f(b)
- Εάν η f(c) βρίσκεται πάνω από τη γραμμή που συνδέει το f(a) με το f(b) για όλες τις τιμές c μεταξύ a και b, λέγεται ότι η f είναι κοίλη (concave).



Κυρτή συνάρτηση

Μη-κυρτή συνάρτηση

Στις κυρτές συναρτήσεις το ελάχιστο μπορεί να εντοπιστεί με τοπική αναζήτηση.

• ξεκινώντας από ένα σημείο και ακολουθώντας την κατεύθυνση στην οποία μειώνεται η καμπύλη.

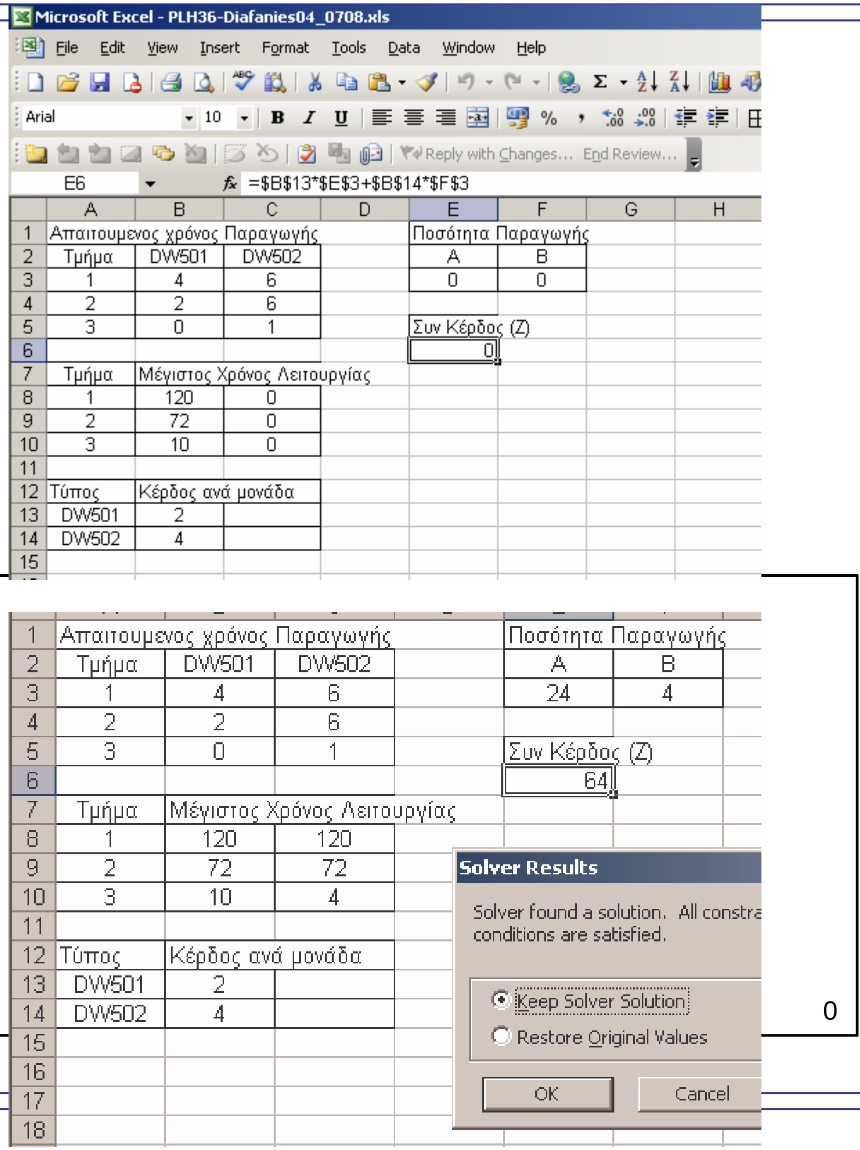
• μέθοδοι κατάβασης (descent methods).

Εισαγωγή στο σχεδιασμό δικτύων

- Άσκηση αυτοαξιολόγησης 1.1
- κάθε μονάδα DW 501 φέρει κέρδος 2KEURO, ενώ η DW 502 4KEURO
- βέλτιστο συνδυασμό ποσοτήτων DW501 και DW502 για μεγιστοποίηση κέρδους.

Τμήμα	Απαιτούμενος Χρόνος Παραγωγής (h)	
	DW501	DW502
1	4	6
2	2	6
3	-	1

Τμήμα	Μέγιστος Χρόνος Λειτουργίας
1	120
2	72
3	10



Ανάλυση απωλειών και καθυστέρησης

- Ανάλυση Καθυστέρησης
  - χρόνοι εξυπηρέτησης (service)
  - χρόνοι αναμονής (waiting ή queuing delays)
  - Ισχύει η σχέση: Tw = aTs
  - Τα μηνύματα αναλώνουν χρόνο αναμονής γιατί παραμένουν σε ουρές πίσω από άλλα μηνύματα επιζητώντας εξυπηρέτηση από το ίδιο σύστημα (server).

Ανάλυση απωλειών και καθυστέρησης

- Πιθανότητες
  - Όλα τα δυνατά ενδεχόμενα συνθέτουν τον δειγματικό χώρο (event space).
  - Παράδειγμα η ρίψη ενός νομίσματος.
  - Τα ενδεχόμενα που μπορούν να προκύψουν είναι
    - «Κεφαλή» (Κ) ή
    - «Γράμματα» (Γ)
  - Έτσι ο δειγματικός χώρος είναι το σύνολο {Κ, Γ}.

Ανάλυση απωλειών και καθυστέρησης

- Πιθανότητες
  - Εάν τα ενδεχόμενα E1 και E2 είναι αμοιβαία αποκλειόμενα τότε η πιθανότητα να συμβεί το E1 ή το E2 (δηλαδή η P(E1+E2)) είναι P(E1)+P(E2).
  - Εάν τα ενδεχόμενα E1, E2, … Ek είναι αμοιβαία αποκλειόμενα και τα μόνα που μπορεί να συμβούν, το άθροισμα των πιθανοτήτων τους είναι 1.
  - Εάν τα E1 και E2 είναι ανεξάρτητα ενδεχόμενα, η πιθανότητα να συμβούν και τα δύο (δηλαδή η P(E1E2)) είναι το γινόμενο των επιμέρους πιθανοτήτων.
  - Εάν τα E1 και E2 δεν είναι αμοιβαία αποκλειόμενα, τότε P(E1+E2) = P(E1) + P(E2) − P(E1E2)

Ανάλυση απωλειών και καθυστέρησης

- Τυχαίες Μεταβλητές
  - Ο αριθμός των εμφανίσεων του Κ (ΚΕΦΑΛΗ) σε ένα πείραμα είναι μία τυχαία μεταβλητή
  - Συναρτήσεων που ορίζονται σε δειγματικό χώρο με τιμές τους πραγματικούς αριθμούς
  - Η τιμή της μεταβλητής είναι γνωστή μόνο μετά την εκτέλεση του πειράματος
  - Τύποι τυχαίων μεταβλητών
    - διακριτές (discrete)
    - Συνεχείς (continuous)

Ανάλυση απωλειών και καθυστέρησης

- Τυχαίες Μεταβλητές
  - cumulative distribution function (cdf)
  - ή αθροιστική συνάρτηση κατανομής
  - Η πιθανότητα να λάβει μία τυχαία μεταβλητή X τιμές οι οποίες δεν υπερβαίνουν ένα δοθέν αριθμό x

$$F(x)=P(X\leq x),\ -\infty<x<\infty$$

Ανάλυση απωλειών και καθυστέρησης

- Τυχαίες Μεταβλητές
  - probability density function (pdf)
  - Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας
  - Στην περίπτωση της συνεχούς τυχαίας μεταβλητής είναι η πρώτη παράγωγος της cdf

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \to \infty} \frac{F(x+\Delta x) - F(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to \infty} \frac{P(x < X \leq x + \Delta x)}{\Delta x}$$

  - δηλαδή εάν η ποσότητα Δx είναι μικρή, η ποσότητα f(x)Δx προσεγγίζει την πιθανότητα να λάβει η τυχαία μεταβλητή X τιμές στο διάστημα [x, x+Δx].

Ανάλυση απωλειών και καθυστέρησης

Ροπές

- πρώτη ροπή (first moment),
  - μέση ή αναμενόμενη τιμή της τυχαίας μεταβλητής
  - συμβολίζεται με E[X].
- Εάν X συνεχής τυχαία μεταβλητή και η pdf της είναι η f(x), η μέση τιμή δίνεται από τη σχέση

$$E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \longrightarrow E[X^\nu] = \int_{-\infty}^{\infty} x^\nu f(x) dx$$ νιοστή ροπή

- Για διακριτή τυχαία μεταβλητή με τιμές x1, x2, … με πιθανότητες p1, p2, …. η μέση τιμή δίνεται από τη σχέση:

$$E[X] = \sum_i x_i p_i \longrightarrow E[X^\nu] = \sum_i x_i^\nu p_i$$ νιοστή ροπή

Ανάλυση απωλειών και καθυστέρησης

- Ροπές
  - κεντρικές ροπές (central moments)
  - Οι ροπές της διαφοράς της τυχαίας μεταβλητής X από την μέση της τιμή E[X]
  - Εάν X συνεχής τυχαία μεταβλητή $E[(X-E[X])^{\nu}]=\int_{-\infty}^{\infty}(x-E[X])^{\nu} f(x)dx$
  - Για διακριτή τυχαία μεταβλητή $E[(X-E[X])^{\nu}]=\sum_i (x_i-E[X])^{\nu} p_i$
  - Η 2η κεντρική ροπή δίνει ένα μέτρο της διασποράς της τυχαίας μεταβλητής γύρω από τη μέση της τιμή
    - Καλείται διακύμανση (variance)
  - Η τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης είναι γνωστή ως τυπική απόκλιση και συμβολίζεται με σ.

Ανάλυση απωλειών και καθυστέρησης

- M/M/1
  - Το πρώτο "M" δηλώνει ότι οι αφίξεις είναι ανεξάρτητες
  - μεταξύ τους (οι χρόνοι ενδοαφίξεων ακολουθούν την εκθετική κατανομή).
  - Το δεύτερο "M" δηλώνει ότι οι χρόνοι εξυπηρέτησης είναι επίσης εκθετικά κατανεμημένοι
  - Το "1" δηλώνει την ύπαρξη ακριβώς ενός εξυπηρετητή στο σύστημα

Ανάλυση απωλειών και καθυστέρησης

- M/M/1 – Αφίξεις και Μέγεθος μηνύματος
  - Υποθέσεις
  - οι αφίξεις μηνυμάτων είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους
  - η πιθανότητα να εξακολουθεί κάποιο μήνυμα είναι ανεξάρτητη από το μήκος του μηνύματος που έχουμε λάβει μέχρι στιγμής
  - η διαδικασία προσεγγίζεται μέσω ενός πειράματος ρίψης κέρματος όπου λαμβάνουμε "Γράμματα" με πιθανότητα p.
  - Θεωρούμε ότι το πείραμα ρίψης επαναλαμβάνεται μετά από κάθε χαρακτήρα του μηνύματος ή μετά από κάθε δευτερόλεπτο της κλήσης.

Ανάλυση απωλειών και καθυστέρησης

- M/M/1 – Αφίξεις και Μέγεθος μηνύματος
  - Υποθέσεις
    - οι αφίξεις μηνυμάτων είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους
    - η πιθανότητα να εξακολουθεί κάποιο μήνυμα είναι ανεξάρτητη από το μήκος του μηνύματος που έχουμε λάβει μέχρι στιγμής
  - η διαδικασία προσεγγίζεται μέσω ενός πειράματος ρίψης κέρματος όπου λαμβάνουμε "Γράμματα" με πιθανότητα p.
  - το πείραμα ρίψης επαναλαμβάνεται μετά από κάθε χαρακτήρα μηνύματος ή μετά από κάθε sec της κλήσης
  - Εάν λάβουμε "Γράμματα" το μήνυμα εξακολουθεί, διαφορετικά ολοκληρώνεται

Ανάλυση απωλειών και καθυστέρησης

- M/M/1 – Αφίξεις και Μέγεθος μηνύματος
  - Ξεκινάμε ρίψη του νομίσματος
  - Με πιθανότητα 1-p παίρνουμε "Κεφαλή“ ➔ ολοκληρώνεται το μήνυμα χωρίς καθόλου χαρακτήρες.
    - το μήνυμα έχει μήκος 0 με πιθανότητα 1-p.
  - Το μήνυμα έχει 1 χαρακτήρα εάν λάβουμε "Γράμματα" στην πρώτη ρίψη και "Κεφαλή" στην επόμενη.
    - Αυτό μπορεί να συμβεί με πιθανότητα p(1-p).
  - Συνεχίζοντας υπολογίζουμε την πιθανότητα ενός μηνύματος k χαρακτήρων σε $P_k=p^k(1-p)$.
    - η κατανομή της πιθανότητας να έχει κάποιο μήνυμα μήκος k είναι Pk, k=0,1,2, …

Ανάλυση απωλειών και καθυστέρησης

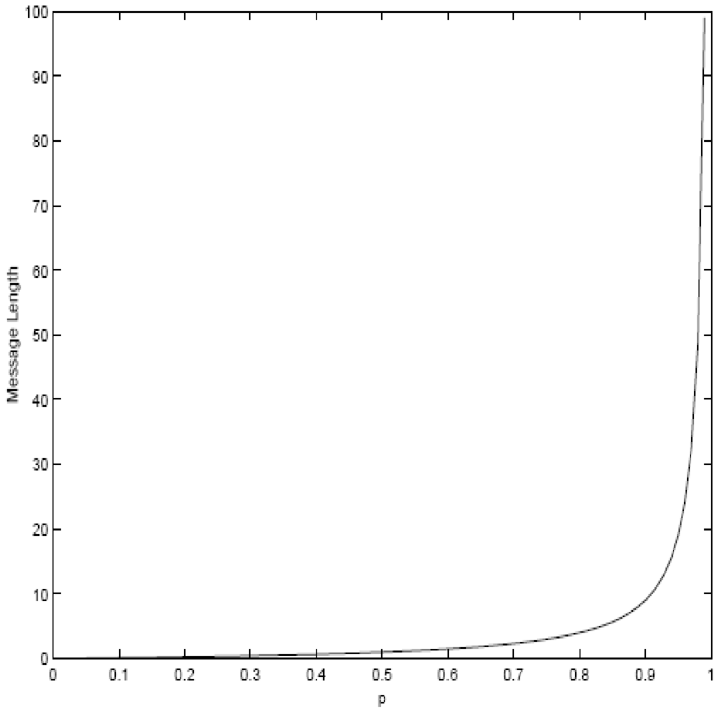
- M/M/1 – Αφίξεις και Μέγεθος μηνύματος
  - Ξεκινάμε ρίψη του νομίσματος
  - Με πιθανότητα 1-p παίρνουμε "Κεφαλή“ ➔ ολοκληρώνεται το μήνυμα χωρίς καθόλου χαρακτήρες.
    - το μήνυμα έχει μήκος 0 με πιθανότητα 1-p.
  - Το μήνυμα έχει 1 χαρακτήρα εάν λάβουμε "Γράμματα" στην πρώτη ρίψη και "Κεφαλή" στην επόμενη.
    - Αυτό μπορεί να συμβεί με πιθανότητα p(1-p).
  - Συνεχίζοντας υπολογίζουμε την πιθανότητα ενός μηνύματος k χαρακτήρων σε $P_k=p^k(1-p)$. **Γεωμετρική κατανομή**
    - η κατανομή της πιθανότητας να έχει κάποιο μήνυμα μήκος k είναι Pk, k=0,1,2, …

Ανάλυση απωλειών και καθυστέρησης

- M/M/1 – Αφίξεις και Μέγεθος μηνύματος
  - P_k είναι γεωμετρική κατανομή $\sum_{k=0}^{\infty} P_k = 1$
  - Μέσο μήκος μηνύματος

$$L = \sum_{k=0}^{\infty} k P_k = \frac{(1-p)p}{(1-p)(1-p)} = \frac{p}{1-p}$$

  - Αυξάνεται με την παράμετρο p
    - Καθώς η παράμετρος p τείνει στο 1 το μέσο μήκος αυξάνεται γρήγορα προς το άπειρο.



Ανάλυση απωλειών και καθυστέρησης

- M/M/1 – Αφίξεις και Μέγεθος μηνύματος
  - Αμνησία Γεωμετρικής κατανομής
  - Η πιθανότητα να έχει μήνυμα ακόμη k χαρακτήρες δεν επηρεάζεται από το γεγονός ότι ήδη έχει j χαρακτήρες
  - Ας υποθέσουμε ότι το μήκος μηνύματος μπορεί να πάρει οποιαδήποτε μη αρνητική τιμή.
  - Αν η ρίψη νομίσματος γίνεται κάθε δ χαρακτήρες και το όριο του δ πλησιάζει το 0, τότε ισχύει η pdf:

Εκθετική κατανομή

$$\boxed{p(x) = \frac{1}{L} e^{-\frac{x}{L}}}$$

- Επίσης memoryless

Ανάλυση απωλειών και καθυστέρησης

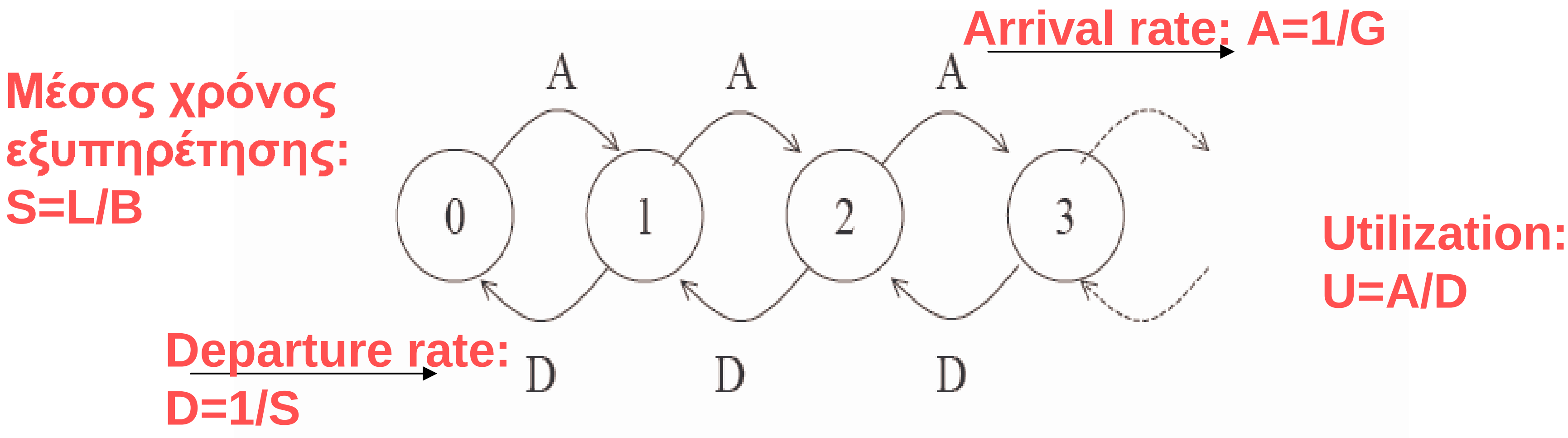
- M/M/1 – Αφίξεις και Μέγεθος μηνύματος
  - Υποθέσεις
    - κανάλι ρυθμού B bits/sec
    - Μέσο μήκος μηνύματος L bits
      - ανεξάρτητα μεταξύ τους και εκθετικά κατανεμημένα
    - Μήνυμα μήκους L μεταδίδεται σε L/B sec
    - Θεωρούμε το κανάλι ως τον εξυπηρετητή (server) και το χρόνο μετάδοσης ως το χρόνο εξυπηρέτησης
    - Οι χρόνοι ενδο-αφίξεων είναι ανεξάρτητοι μεταξύ τους και εκθετικά κατανεμημένοι με μέση διάρκεια G sec

Ανάλυση απωλειών και καθυστέρησης

- M/M/1 – Αφίξεις και Μέγεθος μηνύματος
  - Υποθέσεις
    - Εάν έρθει μήνυμα όταν το κανάλι είναι αδρανές το μήνυμα εκπέμπεται άμεσα.
    - Εάν το κανάλι δεν είναι αδρανές (είναι κατειλημμένο) όταν φθάνει κάποιο μήνυμα, τότε τοποθετείται σε ουρά (queue) όπου περιμένει (πιθανά πίσω από άλλα μηνύματα) μέχρι να καταστεί διαθέσιμο το κανάλι
      - και να ξεκινήσει η μετάδοσή του

Ανάλυση απωλειών και καθυστέρησης

- M/M/1 – Αφίξεις και Μέγεθος μηνύματος
  - Κατάσταση συστήματος
    - Αριθμός μηνυμάτων στην ουρά
    - Αφίξεις / Αναχωρήσεις / μεταβάσεις



Σχήμα 9: Διάγραμμα Μετάβασης Καταστάσεων για ουρά M/M/1

Ανάλυση απωλειών και καθυστέρησης

- M/M/1 – Αφίξεις και Μέγεθος μηνύματος
  - Κατάσταση Ισορροπίας
    - Για κάποιο μεγάλο χρονικό διάστημα ο αριθμός των αφίξεων πρέπει να ισούται με τον αριθμό των αναχωρήσεων.
    - Για ένα μεγάλο χρονικό διάστημα, ο αριθμός των μεταβάσεων προς τα δεξιά από την κατάσταση k στην k+1 πρέπει να ισούται με τον αριθμό των μεταβάσεων προς τα αριστερά, από την κατάσταση k+1 στην k.
    - Σύστημα σε κατάσταση ισορροπίας.

Ανάλυση απωλειών και καθυστέρησης

- M/M/1 – Αφίξεις και Μέγεθος μηνύματος
  - Κατάσταση Ισορροπίας
    - Για τις καταστάσεις k και k+1 ισχύει η balance equation

$$AP_k = DP_{k+1}$$

    - όπου P_k είναι η πιθανότητα το σύστημα να είναι στη κατάσταση k
    - Έχουμε

$$AP_k = DP_{k+1} \Rightarrow P_{k+1} = (A/D)\, P_k = UP_k$$

    - Άρα

$P_1=UP_0$

$P_2=UP_1=U^2P_0$

…

$P_k=UP_{k-1}=U^kP_0$

Ανάλυση απωλειών και καθυστέρησης

- M/M/1 – Αφίξεις και Μέγεθος μηνύματος
  - Κατάσταση Ισορροπίας
    - Το P_k μπορεί να προσδιοριστεί από το P_0 για όλα τα k.
    - Οι πιθανότητες P_k πρέπει να αθροίζουν σε 1. Δηλαδή:

$$\boxed{1 = S = \sum_{k=0}^{\infty} P_k = P_0(1 + U + U^2 + U^3 + \ldots)}$$

    - Το άθροισμα στην παρένθεση ίσο με 1/(1-U) οπότε:

$$P_0=1-U$$

      - αναμενόμενο, αφού η πιθανότητα το σύστημα να μείνει σε αδράνεια είναι 1 μείον το επίπεδο χρήσης του εξυπηρετητή

Ανάλυση απωλειών και καθυστέρησης

- M/M/1 – Αφίξεις και Μέγεθος μηνύματος
  - Κατάσταση Ισορροπίας
  - Επειδή $P_0=1-U$
  - Τότε $P_k= U^kP_0 = (1-U)U^k$
    - P_k γεωμετρικά κατανεμημένη.
  - Με πιθανότητα (1-U) ένα νέο μήνυμα φθάνει σε ένα κενό σύστημα, δεν περιμένει καθόλου και εξυπηρετείται άμεσα
  - Με πιθανότητα U(1-U) ένα μήνυμα φθάνει σε ένα σύστημα με ένα μήνυμα σε εξυπηρέτηση και περιμένει για την ολοκλήρωση της εξυπηρέτησης του μηνύματος αυτού

Ανάλυση απωλειών και καθυστέρησης

- M/M/1 – Αφίξεις και Μέγεθος μηνύματος
  - M/**M**/1 σημαίνει ότι χρόνος εξυπηρέτησης είναι εκθετικά κατανεμημένος
  - Μέσος χρόνος εξυπηρέτησης, T_s, είναι ο μέσος χρόνος αναμονής
    - Δε σχετίζεται με το χρόνο ολοκλήρωσης εξυπηρέτησης
  - Επομένως, με πιθανότητα P_k ένα μήνυμα στο σύστημα περιμένει για άλλα k μηνύματα να διεκπεραιωθούν ενώ ο χρόνος αναμονής είναι kT_s.

Ανάλυση απωλειών και καθυστέρησης

M/M/1 – Αφίξεις και Μέγεθος μηνύματος

- Έτσι ο μέσος χρόνος αναμονής T_w μηνύματος όταν υπάρχουν N μηνύματα στο σύστημα είναι $T_W = N * T_s$
- Η τιμή του N προκύπτει από τη μέση τιμή της γεωμετρικής κατανομής P_k:

$$\boxed{N = \frac{U}{1-U}}$$

- Επομένως

$$\boxed{T_w = \frac{UT_s}{1-U}}$$

• Για τιμές του U κοντά στο 0, πολύ περιορισμένος χρόνος αναμονής.
• Καθώς το U πλησιάζει το 1, ο χρόνος αναμονής απειρίζεται.

Ανάλυση απωλειών και καθυστέρησης

M/M/1 – Αφίξεις και Μέγεθος μηνύματος

- Κανόνας Little
  - Ο μέσος αριθμός N των μηνυμάτων στο σύστημα είναι το γινόμενο του ρυθμού αφίξεων και του μέσου χρόνου στο σύστημα

$$N = AT$$

- μέσος αριθμός μηνυμάτων σε αναμονή, Q:

$$Q = AT_w = \frac{UAT_s}{(1-U)} = \frac{U^2}{(1-U)}$$

Ανάλυση απωλειών και καθυστέρησης

- M/G/1
  - Λόγω της λειτουργίας segmentation and reassembly μηνύματα διασπώνται σε σταθερού μήκους πακέτα (πλην τελευταίου) και συναρμολογούνται στον προορισμό
  - σύστημα αναμονής με ανεξάρτητες αφίξεις και γενικά μήκη μηνύματος
  - Μέσος χρόνος αναμονής
    - $E[S^2]$ μέση τετραγωνική τιμή του χρόνου εξυπηρέτησης.

$$\boxed{T_w = \frac{A \cdot E[S^2]}{2 \cdot (1 - U)}}$$

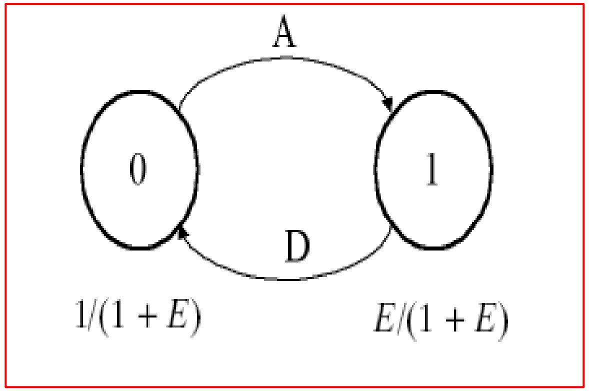
- φόρμουλα Pollaczek-Khinchine (P-K Formula).

Ανάλυση απωλειών και καθυστέρησης

- Συστήματα με Απώλειες (Loss System)
  - Σε ορισμένα δίκτυα (π.χ., φωνής) η αναμονή δεν είναι αποδεκτή
  - Αν μια κλήση βρει το κανάλι σε χρήση τότε απορρίπτεται
    - Δεν υπάρχει αναμονή
  - μέτρο επίδοσης των συστημάτων με απώλειες είναι το ποσοστό των κλήσεων που "χάνονται".
    - βαθμός υπηρεσίας (grade of services, GOS)

Ανάλυση απωλειών και καθυστέρησης

- Συστήματα με Απώλειες (Loss System)
  - κλήσεις με ρυθμό A (ρυθμός αφίξεων)
  - μέσος χρόνος εξυπηρέτησης: H
  - ρυθμός εξυπηρέτησης: D, ο αντίστροφος του H.
  - Ορίζουμε την ποσότητα E=A/D ως την ένταση κλήσεων (call intensity), η οποία εκφράζεται σε Erlangs.
    - Απλούστερη μορφή
      - ένας εξυπηρετητής
      - καθόλου αποθηκευτικός χώρος



Ανάλυση απωλειών και καθυστέρησης

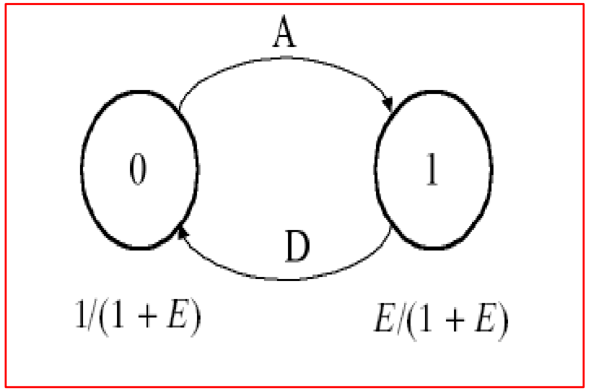
- Συστήματα με Απώλειες (Loss System)
  - εξίσωση ισορροπίας (balance equation) :

$$AP_0=DP_1$$

  - Άρα $P_1=EP_0$.
  - υπάρχουν μόνο δύο καταστάσεις στο σύστημα :
  - Άρα $P_0+P_1=1$
  - Έτσι:

$$P_0=\frac{1}{1+E}$$

$$P_1=\frac{E}{1+E}$$



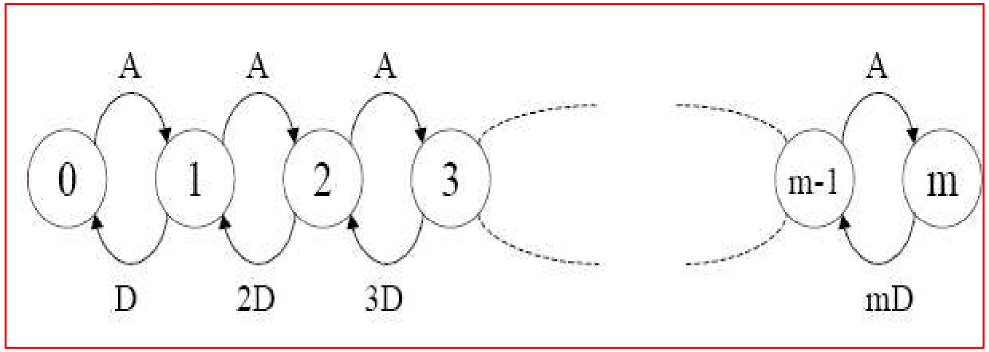
Ανάλυση απωλειών και καθυστέρησης

- Συστήματα με Απώλειες (Loss System)
  - Εφόσον η κλήση χάνεται όταν βρει εξυπηρετητή κατειλημμένο και οι κλήσεις φθάνουν ανεξάρτητα, η πιθανότητα μπλοκαρίσματος) είναι P_1.
  - Άρα $B(E,1)=P_1=E/(E+1)$
  - Επίσης $B(E,m)$ είναι η πιθανότητα μπλοκαρίσματος όταν E Erlangs κίνησης προσφέρονται σε m κανάλια.
  - Τα $EB(E,m)$ Erglangs "χάνονται" ενώ τα $E(1-B(E,m))$ μεταφέρονται από το σύστημα.

Ανάλυση απωλειών και καθυστέρησης

❑ Συστήματα με Απώλειες (Loss System)

- διάγραμμα μετάβασης καταστάσεων για την γενικότερη περίπτωση των m καναλιών



- Έχουμε m εξισώσεις ισορροπίας της μορφής

$$AP_{k-1} = kDP_k,$$
$$k = 1,2,\dots,m$$

- από τις οποίες προκύπτει:

$$P_k = \frac{E^k}{k!} P_0$$

Ανάλυση απωλειών και καθυστέρησης

Συστήματα με Απώλειες (Loss System)

- Αφού τα P_k πρέπει να έχουν άθροισμα 1, υπολογίζεται η ποσότητα P_0 :

$$P_0 = \sum_{k=0}^{m} \frac{E^k}{k!}$$

- Η πιθανότητα απώλειας είναι η πιθανότητα άφιξης ενός μηνύματος ενώ όλοι οι εξυπηρετητές είναι κατειλημένοι (δηλαδή η ποσότητα P_m):

$$B(E,m) = \frac{\dfrac{E^m}{m!}}{\displaystyle\sum_{k=0}^{m} \frac{E^k}{k!}}$$

- Απορίες
- Συζήτηση
- Παραδείγματα