- **ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΘΕΩΡΙΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ**

Ο σκοπός του κεφαλαίου αυτού είναι να γνωρίσουμε, πρώτα, την εξέλιξη της Θεωρίας Πληροφορίας και στη συνέχεια, μέσα στο πλαίσιο ενός μοντέλου επικοινωνίας και με τη βοήθεια της Θεωρίας Πιθανοτήτων, τις βασικές αρχές και έννοιες αυτής.

ΟΡΙΣΜΟΙ (ΙΣΟΔΥΝΑΜΟΙ)

❖Θεωρία Πληροφορίας είναι το πεδίο εκείνο που ασχολείται με την έννοια της «πληροφορίας», τα μέτρα και τις εφαρμογές της.

❖Θεωρία Πληροφορίας είναι το επιστημονικό πεδίο που ασχολείται με το ονομαζόμενο επικοινωνιακό μοντέλο.

Θέματα που απασχολούν τη Θεωρία Πληροφορίας:

✓η ποσότητα συντακτικής πληροφορίας (ή εντροπία) και οι μονάδες μέτρησης αυτής,

✓η ροή πληροφορίας σε κανάλια,

✓τα θεμελιώδη όρια της ποσότητας πληροφορίας που μπορούν να μεταδοθούν, (χωρητικότητα καναλιών), που αποτελεί το μέγιστο δυνατό ρυθμό μετάδοσης.

ΤΥΠΟΙ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ

- **Η συντακτική πληροφορία σχετίζεται με τα σύμβολα και τις σχέσεις μεταξύ αυτών, από τα οποία αποτελούνται τα μηνύματα.**

- **Η σημασιολογική πληροφορία σχετίζεται με τη σημασία.**

- **Η πραγματική με τη χρήση και τη δυνατή επίπτωση των μηνυμάτων.**

Ποσότητα πληροφορίας κατά Hartley

Είναι ο δεκαδικός λογάριθμος του πλήθους των διαφορετικών λέξεων που μπορούν να σχηματιστούν, αποτελούμενες από ένα δεδομένο πλήθος συμβόλων. Στην περίπτωση μηνυμάτων μήκους κ συμβόλων από ένα αλφάβητο με N σύμβολα, η ποσότητα πληροφορίας είναι ίση με

$$H\left(N^{k}\right) = \log\left(N^{k}\right) = k \log N$$

Μονάδες Μέτρησης της Ποσότητας Πληροφορίας

- Με βάση του λογάριθμου το 10, η μονάδα της ποσότητας πληροφορίας είναι η ***decit*** (decimal unit) ή Hartley.
- Αν χρησιμοποιήσουμε φυσικό λογάριθμο, η μονάδα είναι το ***nat*** (natural unit).
- Με βάση του λογάριθμου το 2, η μονάδα της ποσότητας πληροφορίας καλείται ***bit*** (binary unit).

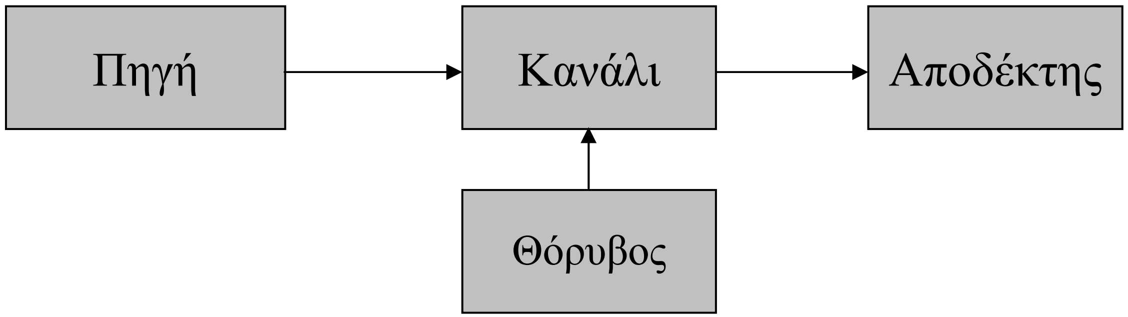
Για μηνύματα μήκους 1 συμβόλου από αλφάβητο 10 συμβόλων :

$$H(N^1) = \log_{10} 10 = 1\,\text{decit}$$

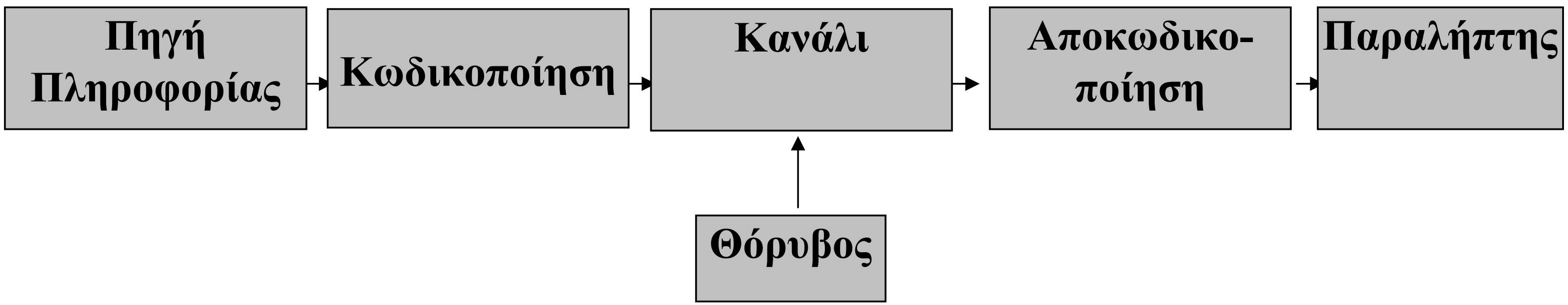
Για μηνύματα μήκους 1 συμβόλου από αλφάβητο 2 συμβόλων :

$$H(N^1) = \log_2 N = \log_2 2 = 1\,\text{bit}$$

ΤΑ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ

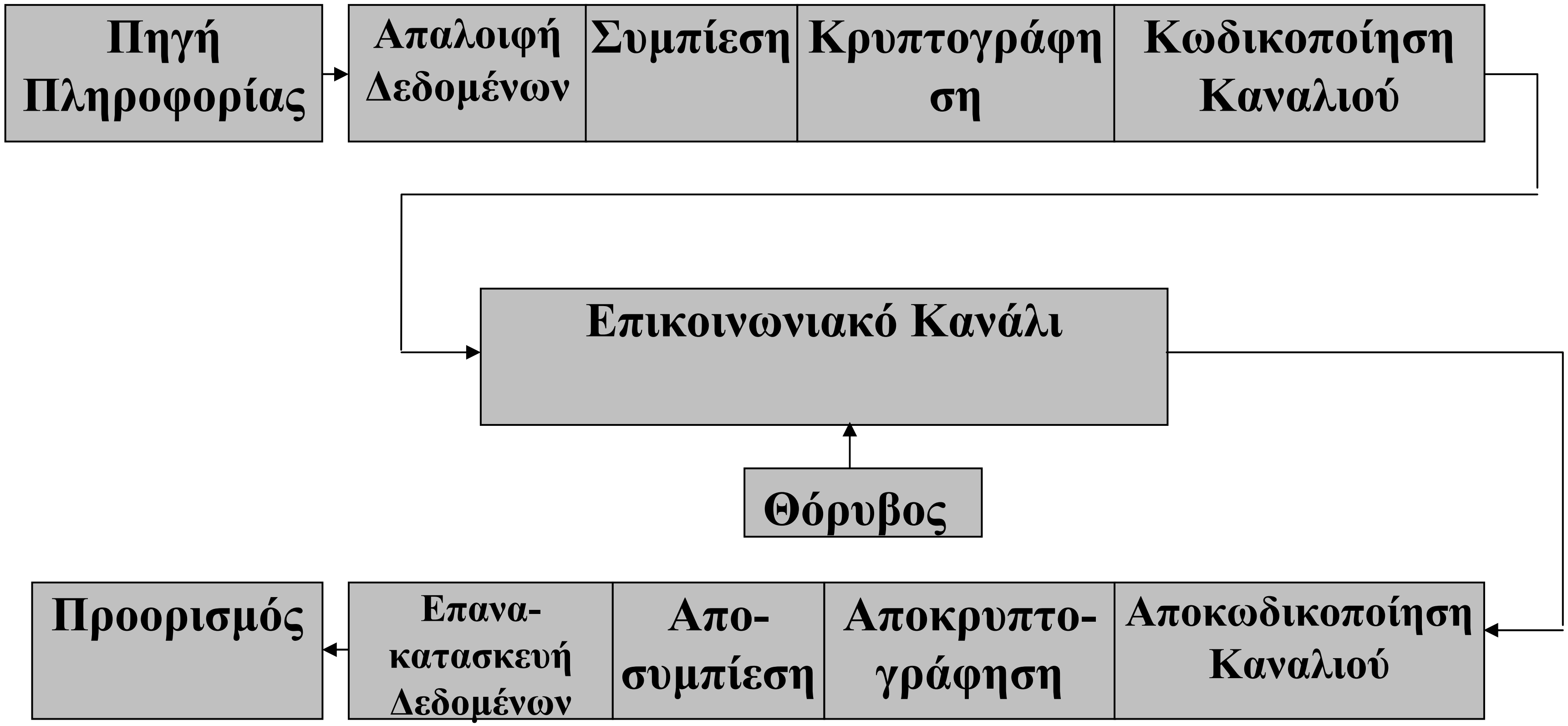


Το Βασικό επικοινωνιακό μοντέλο



Γενική δομή ενός επικοινωνιακού μοντέλου

ΤΑ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ



Το Λεπτομερές επικοινωνιακό μοντέλο

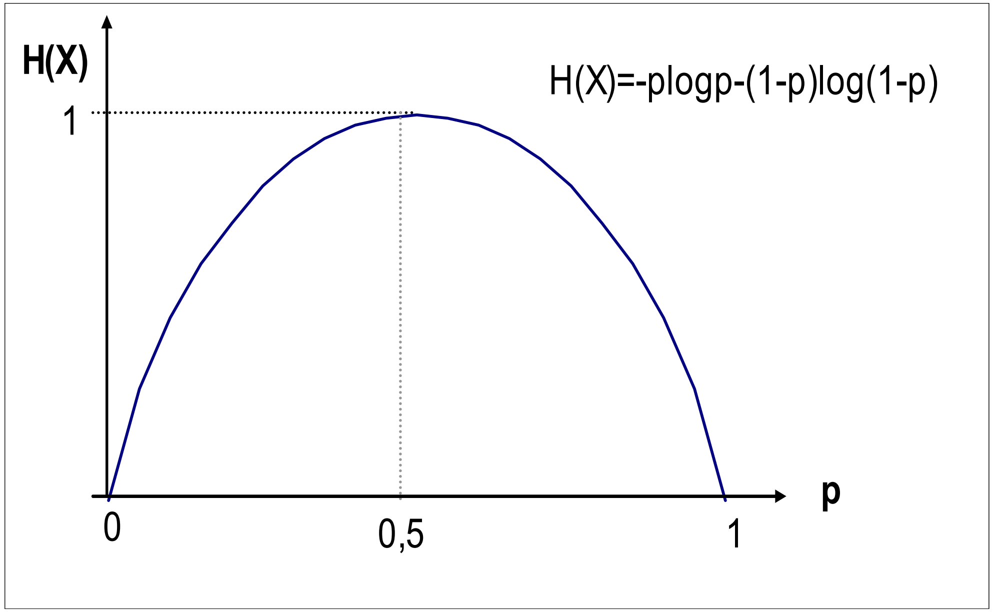
Ορισμος Του Μετρου Πληροφοριας Του Shannon

Μέση ποσότητα πληροφορίας ή μέση πληροφορία ή μέσο πληροφορικό περιεχόμενο

Αν X είναι μια διακριτή τυχαία μεταβλητή με δειγματοχώρο $X=\{x_1,x_2,\ldots,x_n\}$ και συνάρτηση πιθανότητας μάζας $p(x_i)$, τότε η μέση ποσότητα πληροφορίας (ή μέση πληροφορία ή μέσο πληροφορικό περιεχόμενο) της X , *H(X)*, δίνεται από τη σχέση

$$H(X) = -\sum_{i=1}^{n} p(x_i)\log p(x_i)$$

Η μέση πληροφορία ονομάζεται και **εντροπία** και έχει μονάδα μέτρησης το **bit**, ***δηλαδή ο λογάριθμος είναι με βάση το 2.***



Η μέση ποσότητα πληροφορίας ως συνάρτηση της p

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΗΣ ΜΕΣΗΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ

- Η μέση πληροφορία H(X) είναι συνεχής στο p.
- Η μέση πληροφορία H(X) είναι συμμετρική, δηλαδή η διάταξη των πιθανοτήτων δεν την επηρεάζει.
- Η εντροπία H(X) max όταν όλα τα ενδεχόμενα είναι ισοπίθανα. Τότε, η αβεβαιότητα είναι η μέγιστη δυνατή => η επιλογή ενός μηνύματος προσφέρει τη μέγιστη δυνατή πληροφορία.
- Η εντροπία είναι προσθετική (additive). (περίπτωση όπου δύο ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές *X* και *Y* συνδυάζονται => H(X,Y) = H(X) + H(Y)

- **Πρόταση 1/Κεφάλαιο 1**

Για μια τυχαία μεταβλητή *X* ισχύει H(X) <= log n, με $p_i = 1/n$ για όλα τα i.

- **Πρόταση 2/Κεφάλαιο 1**

Η μέση ποσότητα πληροφορίας H(X) είναι μη αρνητική, H(X) >=0

Συνδυασμένη πληροφορία

Αν (*X*, *Y*) είναι ένα τυχαίο πείραμα με δισδιάστατο δειγματοχώρο και κατανομή πιθανοτήτων όπως ανωτέρω, τότε η συνδυασμένη πληροφορία *H(X, Y)* ορίζεται ως η μέση τιμή

$$H(X,Y) = -\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} p(x_i, y_j)\log p(x_i, y_j)$$

Υπό συνθήκη πληροφορία

Η υπό συνθήκη ποσότητα πληροφορίας του τυχαίου πειράματος *X*, με δεδομένο το αποτέλεσμα του πειράματος *Y*, δίνεται από

$$H(X/Y) = -\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} p(x_i, y_j)\log p(x_i / y_j)$$

- **Πρόταση 3 / Κεφάλαιο 1**

Για δύο τυχαίες μεταβλητές *X* και *Y* ισχύει: $H(X,Y) = H(X) + H(Y/X) = H(Y) + H(X/Y)$

Η αμοιβαία πληροφορία

Η αμοιβαία πληροφορία δύο τυχαίων μεταβλητών *X* και *Y* ορίζεται από τη σχέση

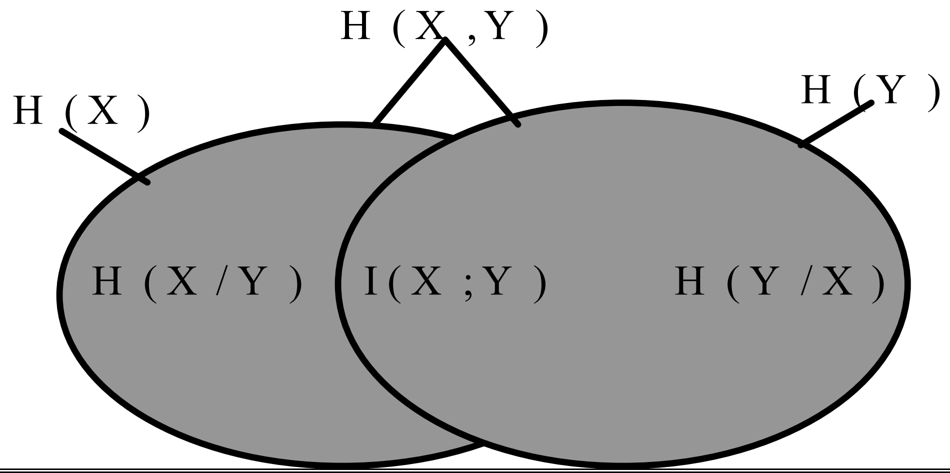
$$I(X;Y) = H(Y) - H(Y/X)$$
$$= \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} p(x_i, y_j)\log\frac{p(x_i, y_j)}{p(x_i)p(y_j)}$$

$$I(X;Y) = H(X) + H(Y) - H(X,Y)$$
$$= H(X) - H(X/Y) = H(Y) - H(Y/X)$$

Από τον ορισμό της αμοιβαίας πληροφορίας έχουμε

- η αμοιβαία ποσότητα πληροφορίας δύο ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών: $I(X;Y) = 0$
- αν η *X* είναι πλήρως εξαρτημένη από την *Y*, δηλαδή $H(X/Y) = 0$, τότε $I(X;Y) = H(X) = H(Y)$.

Μέτρα ποσότητας πληροφορίας και οι μεταξύ τους Σχέσεις



Μέτρα ποσότητας πληροφορίας	Μαθηματικός ορισμός (*X*, *Y* τυχαίες μεταβλητές)	Σχέσεις μεταξύ των διαφόρων μέτρων
Μέση πληροφορία ή εντροπία	$H(X) = -\sum_{i=1}^{n} p(x_i) \log p(x_i)$	$H(X) \leq \log n$ $H(X) \geq 0$
Συνδυασμένη πληροφορία	$H(X,Y) = -\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} p(x_i, y_j) \log p(x_i, y_j)$	$H(X, Y) = H(Y) + H(X/Y)$ $= H(X) + H(Y/X)$
Υπό συνθήκη πληροφορία	$H(X/Y) = -\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} p(x_i, y_j) \log p(x_i / y_j)$	$H(X/Y) \leq H(X)$
Αμοιβαία πληροφορία	$I(X;Y) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} p(x_i, y_j) \log \frac{p(x_i, y_j)}{p(x_i) p(y_j)}$	$I(X;Y) = H(X) + H(Y) - H(X,Y)$ $= H(X) - H(X/Y)$ $= H(Y) - H(Y/X)$