



Θ.Ε. ΠΛΗ22 (2012-13)

1η Γραπτή Εργασία

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

(έκδοση v2 με διόρθωση του ερωτήματος 4δ)

Στόχος: Βασικό στόχο της 1^{ης} εργασίας αποτελεί η εξοικείωση με τις διαφορετικές κατηγορίες σημάτων, η περιγραφή σημάτων στο πεδίο των συχνοτήτων και η κατανόηση της λειτουργίας των φίλτρων στα τηλεπικοινωνιακά συστήματα.

Περιγραφή

Η εργασία περιλαμβάνει επτά (7) θέματα που αναφέρονται στα Κεφάλαια 1, 2 και 3 του Τόμου των «Ψηφιακών Επικοινωνιών» (Μέρος Α) και στο Κεφάλαιο 2 του Τόμου «Ψηφιακές Επικοινωνίες II: Σήματα-Διαμόρφωση-Θόρυβος» (Μέρος Β).

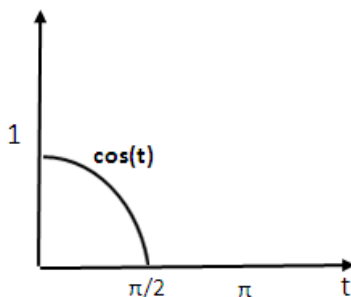
Σημείωση: Για όλα τα θέματα μπορείτε να χρησιμοποιήσετε χωρίς απόδειξη τις ιδιότητες των μετασχηματισμών Fourier και τους μετασχηματισμούς Fourier χαρακτηριστικών σημάτων από πίνακες. Οι σχετικές ασκήσεις που αναφέρονται στους στόχους της κάθε άσκησης συμβολίζονται ως εξής:

ΓΕx(Γραπτή Εργασία x) /Ακαδημαϊκό Έτος/ Αριθμός θέματος ή ΕΞx(Εξετάσεις έτους x Α ή Β)

ΘΕΜΑ 1

Στόχος της άσκησης είναι η εξοικείωση με γραφικές παραστάσεις βασικών σημάτων και πράξεις, καθώς και τον υπολογισμό ΜΣ Fourier βασικών σημάτων με τη χρήση ιδιοτήτων των ΜΣ Fourier σε συνδυασμό με γνωστούς ΜΣ Fourier από πίνακες.
Σχετικές Ασκήσεις: ΓΕ1/2011-12/Θ1, ΓΕ1/2010-11/Θ1, ΓΕ1/2008-09/Θ2, ΓΕ1/2010-11/Θ2.

Έστω το σήμα $g(t)$ που απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα. Να βρεθεί ο μετ/σμός Fourier του χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες του.



Ενδεικτική Μεθοδολογία: Να υπολογίσετε πρώτα την μαθηματική έκφραση του σήματος στο πεδίο του χρόνου ως γινόμενο όρων και μετά να αναλυθεί ως προς τον Fourier με τη χρήση ιδιοτήτων.



ΘΕΜΑ 2

Στόχος της άσκησης είναι η εξοικείωση με τη χρήση ιδιοτήτων των ΜΣ Fourier σε συνδυασμό με γνωστούς ΜΣ Fourier χαρακτηριστικών σημάτων.

Σχετικές Ασκήσεις: ΕΞ2011Α/Θ1, Παράδειγμα 6/σελ.119/ Ψηφιακές Επικοινωνίες Τόμος Β' Μέρος Β', ΓΕ1/0910/Θ6, ΓΕ1/1011/Θ5

Το σήμα εισόδου και εξόδου ενός μη γραμμικού συστήματος συνδέονται με τη σχέση

$$y(t) = x(t) + 0.001x^2(t)$$

Δεδομένου ότι το σήμα εισόδου $x(t) = \frac{1000}{\pi} \text{sinc}\left(\frac{1000}{\pi} t\right)$

να βρεθεί:

(α). Ο μετασχηματισμός Fourier $X(f)$ καθώς και να παρασταθεί το αντίστοιχο φάσμα πλάτους

(β). Το σήμα εξόδου στο πεδίο του χρόνου $y(t)$

(γ). Ο μετασχηματισμός Fourier $Y(f)$ και να παρασταθεί το φάσμα πλάτους $Y(f)$

(δ). Μπορεί το $X(f)$ να ανακτηθεί από το λαμβανόμενο σήμα; Αν ναι με ποιο τρόπο; Αν όχι γιατί; Τι παρατηρείτε;

Ενδεικτική Μεθοδολογία: Να χρησιμοποιήσετε ιδιότητες ΜΣ Fourier και μετασχηματισμούς τυπικών σημάτων από πίνακες προκειμένου να προσδιορίσετε τις ζητούμενες εκφράσεις στα πεδία των συχνοτήτων και του χρόνου. Στο ερώτημα (δ), θα πρέπει να μελετήσετε τη θεωρία των φίλτρων και να αποφασίσετε αν μπορεί να εφαρμοσθεί στην περίπτωση αυτή.

ΘΕΜΑ 3

Στόχος της άσκησης είναι η εξοικείωση με τον ΜΣ Fourier βασικών σημάτων. Σχετικές ασκήσεις: Θ3/ΓΕ1/2008-9, Θ1/ΓΕ1/2010-11

Έστω ένα σήμα $x(t)$ με φάσμα πλάτους

$$X(f) = [u(f-12) - u(f-20)] + \text{tri}\left(\frac{f-6}{6}\right).$$

(α) Να σχεδιάσετε το φάσμα πλάτους $X(f)$

(β) Να υπολογίσετε την έκφραση του σήματος $x(t)$ στο πεδίο του χρόνου.

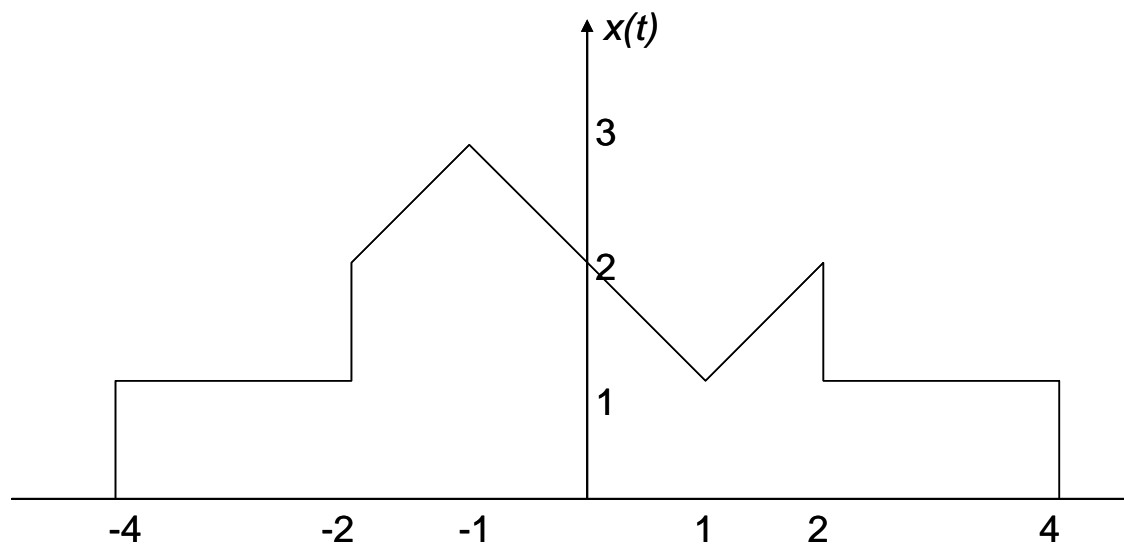
Ενδεικτική Μεθοδολογία: Αφού σχεδιάσετε το φάσμα να κάνετε χρήση βασικών ΜΣ Fourier και ιδιοτήτων.



ΘΕΜΑ 4

Στόχος της άσκησης είναι η εξοικείωση με τον ΜΣ Fourier βασικών σημάτων. Σχετικές ασκήσεις: Θ4/ΓΕ1/2006-7, Θ3/ΓΕ1/2007-8, Θ4/ΓΕ1/2009-10, Θ1/ΕΞ2011Α

Το σήμα $x(t)$ απεικονίζεται στο πιο κάτω σχήμα:



- (α) Να υπολογιστεί το φάσμα πλάτους του σήματος $X(f)$
- (β) Το $x(t)$ πολλαπλασιάζεται στο πεδίο του χρόνου με κατάλληλο σήμα $g(t)$ και προκύπτει το σήμα $y(t) = \text{rect}\left(t - \frac{7}{2}\right) + \text{rect}\left(t + \frac{7}{2}\right)$. Να υπολογιστεί η χρονική έκφραση του $g(t)$ και το φάσμα πλάτους του $G(f)$.
- (γ) Να υπολογιστεί το φάσμα πλάτους του προκύπτοντος σήματος $Y(f)$.
- (δ) Το σήμα $y(t)$ διέρχεται από ένα σύστημα στην έξοδο του οποίου προκύπτει το σήμα $z(t)$ με φάσμα $Z(f) = [1 + \cos(14\pi f)] \cdot \text{sinc}(f)$. Να αποδειχθεί ότι η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος είναι ίση με $H(f) = \cos(7\pi f)$.

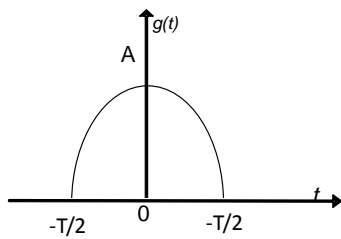
Ενδεικτική Μεθοδολογία: α) Αναλύστε την $x(t)$ σε άθροισμα/διαφορά βασικών τετραγωνικών και τριγωνικών παλμών και κατόπιν με χρήση βασικών ΜΣ Fourier και ιδιοτήτων υπολογίστε το φάσμα. β) υπολογίστε το κατάλληλο φίλτρο που χρειάζεστε, γ) ΜΣ Fourier και ιδιότητες, δ) με τον ορισμό της συνάρτησης μεταφοράς και χρησιμοποιώντας τα σήματα που έχετε.



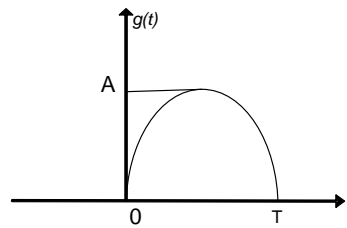
ΘΕΜΑ 5

Στόχος της άσκησης είναι η εξοικείωση με βασικά σήματα και τον υπολογισμό ΜΣ Fourier βασικών σημάτων με τη χρήση ιδιοτήτων των ΜΣ Fourier σε συνδυασμό με γνωστούς ΜΣ Fourier από πίνακες. Σχετικές Ασκήσεις: ΓΕ1/1011/Θ1

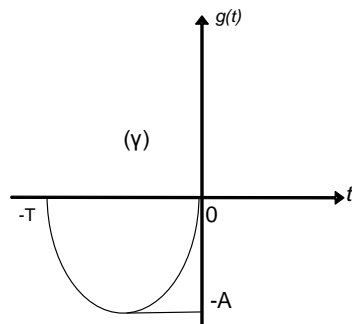
Δίνονται τα τέσσερα σήματα πεπερασμένης διάρκειας που απεικονίζονται στο σχήμα.



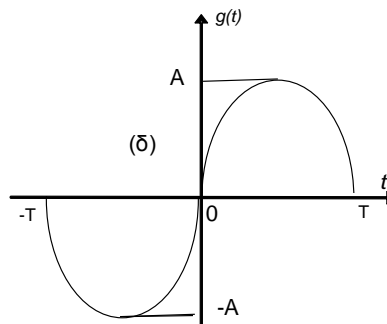
(α)



(β)



(γ)



(δ)

(α) Να υπολογίσετε το ΜΣ Fourier του συνημιτονικού παλμού του σχήματος (α).

(β) Με βάση το αποτέλεσμα του ερωτήματος (α) και χρησιμοποιώντας κατάλληλες ιδιότητες του ΜΣ Fourier, να προσδιορίσετε το φάσμα του ημιτονικού παλμού διάρκειας T του σχήματος (β).

(γ) Να προσδιορίσετε το φάσμα ενός ημιτονικού (βλ. σχήμα (β)) παλμού διάρκειας aT , όπου $0 < a < \infty$.

(δ) Να προσδιορίσετε το φάσμα του αρνητικού ημιτονικού παλμού του σχ. (γ).

(ε) Κάνοντας χρήση των προηγούμενων ερωτημάτων να προσδιορίσετε το φάσμα του πλήρους ημιτονικού παλμού του σχήματος (δ).

Ενδεικτική Μεθοδολογία: να κάνετε χρήση βασικών ιδιοτήτων του ΜΣ Fourier.



ΘΕΜΑ 6

Στόχος της άσκησης είναι η εξοικείωση με βασικά σήματα και τον υπολογισμό ΜΣ Fourier βασικών σημάτων με τη χρήση ιδιοτήτων των ΜΣ Fourier σε συνδυασμό με γνωστούς ΜΣ Fourier από πίνακες. Σχετικές Ασκήσεις: ΓΕ1/0405/Θ5β, ΓΕ1/0910/Θ1

(α) Δίδεται το σήμα: $g_1(t) = \exp(-at)u(t)$, όπου $a > 0$.

(i) Να υπολογίσετε τη συνέλιξη $g_2(t) = g_1(t) \otimes g_1(t)$,

(ii) Να βρείτε το ΜΣ Fourier της $g_2(t)$,

(β) Δίνεται το σήμα $x(t) = A \operatorname{sinc}(Bt)$, $A > B > 0$. Το σήμα $x(t)$ αποτελεί είσοδο ενός συστήματος που παράγει την έξοδο $y(t) = x^2(t)$.

(i) Να σχεδιάσετε το φάσμα πλάτους του σήματος, $X(f)$.

(ii) Να βρείτε το φάσμα $Y(f)$ του σήματος εξόδου $y(t)$.

(iii) Να σχεδιάσετε το φάσμα $Y(f)$. Τι παρατηρείτε συγκρίνοντάς το με το φάσμα του $X(f)$;

Ενδεικτική Μεθοδολογία: να κάνετε χρήση μετασχηματισμών Fourier γνωστών σημάτων από πίνακες καθώς και βασικών ιδιοτήτων του ΜΣ Fourier. Να προσπαθήσετε να μεταβείτε στο πεδίο εκείνο (του χρόνου ή των συχνοτήτων) όπου η συνέλιξη μετασχηματίζεται σε γινόμενο για να αποδείξετε το ζητούμενο.



ΘΕΜΑ 7

Στόχος της άσκησης είναι η εξάσκηση σε θέματα που σχετίζονται με τον προσδιορισμό του φάσματος πλάτους χαρακτηριστικών παλμών, καθώς και με τη διερεύνηση περιοδικότητας αναλογικών σημάτων. Σχετικές Ασκήσεις: ΓΕ1/1112/Θ3, ΕΞ2012Β/Θ1

Δίνεται το σήμα $x_1(t) = 5\sin(2\pi \cdot 30 \cdot t)$. και το σήμα $x_2(t) = 4\cos(20t)$.

Να διερευνήσετε την περιοδικότητα και να υπολογίσετε την περίοδο (αν υπάρξει/ορίζεται) για τα παρακάτω σήματα:

(α) $x_a(t) = 10 + x_1(2t) + \sqrt{5} \cdot x_2(t)$

(β) $x_\beta(t) = x_1\left(\frac{t}{\pi}\right) \cdot x_2(2t)$

(γ) $x_\gamma(t) = \frac{1}{t} x_1(t) + x_2(t)$

(δ) $x_\delta(t) = \frac{1}{t} \cdot x_1(t) * x_2(\pi t) + t \cdot \text{sinc}(50t)$

(όπου ‘*’ το σύμβολο της συνέλιξης)

Ενδεικτική Μεθοδολογία: Να αναλύσετε τους τύπους των σημάτων που σας δίνονται. Να προσπαθήσετε να φέρετε τις εκφράσεις σε μορφή αθροίσματος πρωτοβάθμιων όρων ώστε να εφαρμόσετε το κριτήριο περιοδικότητας στο πεδίο του χρόνου. Αν αυτό δεν είναι εφικτό, να προσπαθήσετε να υπολογίσετε την έκφραση των σημάτων στο πεδίο των συχνοτήτων, ώστε να εφαρμόσετε το κριτήριο περιοδικότητας με βάση τα χαρακτηριστικά του φάσματος πλάτους που θα υπολογίσετε.



Κριτήρια Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ 1	10	10
ΘΕΜΑ 2	14	
Ερώτημα α		3
Ερώτημα β		3
Ερώτημα γ		4
Ερώτημα δ		4
ΘΕΜΑ 3	10	
Ερώτημα α		5
Ερώτημα β		5
ΘΕΜΑ 4	14	
Ερώτημα α		3
Ερώτημα β		3
Ερώτημα γ		4
Ερώτημα δ		4
ΘΕΜΑ 5	16	
Ερώτημα α		3
Ερώτημα β		3
Ερώτημα γ		4
Ερώτημα δ		3
Ερώτημα ε		3
ΘΕΜΑ 6	20	
Ερώτημα α-i		4
Ερώτημα α-ii		4
Ερώτημα β-i		3
Ερώτημα β-ii		5
Ερώτημα β-iii		4
ΘΕΜΑ 7	16	
Ερώτημα α		3
Ερώτημα β		4
Ερώτημα γ		4
Ερώτημα δ		5
ΣΥΝΟΛΟ		100



Ο συνολικός βαθμός θα διαιρεθεί δια 10, ώστε να προκύψει ο τελικός βαθμός της εργασίας.

Τρόπος – Ημερομηνία Παράδοσης

1. Η εργασία σας θα πρέπει να έχει αποσταλεί στον Καθηγητή-Σύμβουλό σας μέχρι την **Κυριακή 18 Νοεμβρίου 2012**, ώρα 23:59.
2. Περιμένουμε όλες οι εργασίες να σταλούν με χρήση της υπηρεσίας ανάρτησης και διαχείρισης ΓΕ του ΕΑΠ, μέσω του συνδέσμου <http://moodle.eap.gr> και να είναι γραμμένες σε επεξεργαστή κειμένου (π.χ. MS-Word).
3. Την Παρασκευή 23 Νοεμβρίου 2012 θα δημοσιευθεί ενδεικτική απάντηση για την επίλυση της εργασίας στο site της Θ.Ε. στο <http://moodle.eap.gr> και στην ιστοσελίδα της ΠΛΗ-22 “<http://p-comp.di.uoa.gr/eap/index.html>”.

Καλή Επιτυχία!!!