ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

Συγγραφέας: Σωτήριος Περσίδης

Εκδότης: ΕΣΠΙ ΕΚΔΟΤΙΚΗ

Προσοχή: Copyright © ESPI PUBLISHING

1) Το παρόν ηλεκτρονικό βιβλίο καλύπτεται από πλήρη πνευματικά δικαιώματα σύμφωνα με το νόμο. Δίνεται μόνο το δικαίωμα της εγγραφής του σε σκληρό δίσκο (ένα αντίγραφο) και/ή εκτύπωσή του σε ένα αντίτυπο για προσωπικούς λόγους. Δεν επιτρέπεται η παραγωγή πολλών αντιγράφων (ηλεκτρονικών ή έντυπων) για οποιοδήποτε σκοπό.

2) Οι τύποι, οι πίνακες, τα σχήματα και γενικότερα το περιεχόμενο του βιβλίου δεν έχουν ελεγχθεί σε βαθμό που να επιτρέπει την ασφαλή χρήση τους.

Το **Μαθηματικό Τυπολόγιο** που ακολουθεί βρίσκεται ακόμη στο στάδιο της συγγραφής (έντυπης και ηλεκτρονικής). Στόχος είναι η δημιουργία του καλύτερου **Μαθηματικού Τυπολόγιου** σε παγκόσμια κλίμακα (για φοιτητές και επαγγελματίες μαθηματικούς, φυσικούς, μηχανικούς, κτλ.) τόσο σε περιεχόμενο όσο και εμφάνιση, προσιτού σε όγκο και τιμή από όλους, και τελικά η έκδοσή του σε πολλές γλώσσες. Για το λόγο αυτό η βοήθεια του κάθε αναγνώστη σε αυτό το στάδιο είναι πολύτιμη. Τίθενται τα ερωτήματα:

1) Είναι η επιλογή της ύλης σωστή και πλήρης ή μήπως πρέπει κάτι να προστεθεί ή να αφαιρεθεί;

2) Υπάρχει κάτι που πρέπει να τροποποιηθεί (ορισμός, τύπος, κτλ.);

3) Υπάρχει οποιαδήποτε άλλη παρατήρηση για βελτίωση;

Τα όποια σχόλια μπορούν να σταλούν με e-mail με την ένδειξη “Για το Μαθηματικό Τυπολόγιο” σε μια από τις διευθύνσεις

mathbook@ifoes.org ή spersid@espi.gr

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Κεφάλαιο 1 **ΣΤΑΘΕΡΕΣ**

1.1 Μαθηματικές Σταθερές

1.2 Φυσικές Σταθερές

Κεφάλαιο 2 **ΑΛΓΕΒΡΑ**

2.1 Ταυτότητες

2.2 Τύπος του Διώνυμου

2.3 Μιγαδικοί Αριθμοί

2.4 Δυνάμεις και Λογάριθμοι
Δυνάμεις, Λογάριθμοι, Αλλαγή βάσης, Με μιγαδικούς αριθμούς

2.5 Ρίζες Αλγεβρικών Εξισώσεων
Εξίσωση πρώτου βαθμού, Εξίσωση δεύτερου βαθμού, Εξίσωση τρίτου βαθμού, Εξίσωση τέταρτου βαθμού

2.6 Υπερβολικές Συναρτήσεις
Ορισμοί, Ταυτότητες, Γραφικές παραστάσεις, Σχέσεις με τριγωνομετρικές συναρτήσεις, Αντίστροφες υπερβολικές συναρτήσεις

Κεφάλαιο 3 **ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ**

3.1 Ορισμοί
Τριγωνομετρικός κύκλος, Τριγωνομετρικές συναρτήσεις, Τιμές τριγωνομετρικών συναρτήσεων

3.2 Ταυτότητες

3.3 Αντίστροφες Τριγωνομετρικές Συναρτήσεις

3.4 Επίπεδο Τρίγωνο

3.5 Σφαιρικό Τρίγωνο

Κεφάλαιο 4 **ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ**

4.1 Σε δύο Διαστάσεις
Τρίγωνο, Ορθογώνιο, Παραλληλόγραμμο, Τραπέζιο, Κανονικό πολύγωνο, Κανονικό πολύγωνο γραμμένο σε

κύκλο, Κανονικό πολύγωνο γραμμένο γύρω από κύκλο, Κύκλος, Τομέας κύκλου, Τμήμα κύκλου, Έλλειψη, Τμήμα παραβολής

4.2 Σε τρεις Διαστάσεις
Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, Πλάγιο παραλληλεπίπεδο, Πυραμίδα, Κανονικά πολύεδρα, Ορθός κυκλικός κώνος, Ορθός κυκλικός κύλινδρος, Πλάγιος κυκλικός κύλινδρος, Ορθός κόλουρος κώνος, Σφαίρα, Σφαιρικό τμήμα, Σφαιρικό τρίγωνο, Ελλειψοειδές, Παραβολοειδές από περιστροφή, Τόρος

Κεφάλαιο 5 **ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ**

5.1 Σε δύο Διαστάσεις
Συστήματα συντεταγμένων, Σημεία, Ευθεία, Μετασχηματισμοί συντεταγμένων, Επίπεδες καμπύλες

5.2 Σε τρεις Διαστάσεις
Συστήματα συντεταγμένων, Σημεία, Ευθεία, Επίπεδο, Μετασχηματισμοί συντεταγμένων, Επιφάνειες

Κεφάλαιο 6 **ΠΑΡΑΓΩΓΟΙ**

6.1 Ορισμοί
Συναρτήσεις, Όρια, Παράγωγοι

6.2 Γενικοί Κανόνες Παραγώγισης

6.3 Παράγωγοι Στοιχειωδών Συναρτήσεων
Τριγωνομετρικές συναρτήσεις, Εκθετικές και λογαριθμικές συναρτήσεις, Υπερβολικές συναρτήσεις

6.4 Μερικές Παράγωγοι

6.5 Διαφορικά

Κεφάλαιο 7 **ΑΟΡΙΣΤΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ**

7.1 Ορισμοί

7.2 Γενικοί Κανόνες

7.3 Μέθοδοι Υπολογισμού Αόριστων Ολοκληρωμάτων

7.4 Στοιχειώδη Ολοκληρώματα

7.5 Διάφορα Ολοκληρώματα

Με $ax + b$, Με $ax + b$ και $cx + d$, Με $x^2 + a^2$, Με $x^2 - a^2$ ($x^2 > a^2$), Με $a^2 - x^2$ ($a^2 > x^2$), Με $ax^k + b$, Με $ax^2 + bx + c$, Με $x^3 + a^3$, Με $x^4 \pm a^4$, Με $x^n \pm a^n$, Με sin$x$, Με cos$x$, Με sin$x$ και cos$x$, Με tan$x$, Με cot$x$, Με αντίστροφες τριγωνομετρικές συναρτήσεις, Με e^x, Με ln$x$, Με sinhax, Με coshax, Με sinhax και coshax, Με tanhax, Με cothax, Με αντίστροφες υπερβολικές συναρτήσεις

Κεφάλαιο 8 **ΟΡΙΣΜΕΝΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ**

8.1 Ορισμοί

8.2 Γενικοί Κανόνες

8.3 Διάφορα Ολοκληρώματα
Με αλγεβρικές συναρτήσεις, Με τριγωνομετρικές συναρτήσεις, Με εκθετικές συναρτήσεις, Με λογαριθμικές συναρτήσεις, Με υπερβολικές συναρτήσεις

Κεφάλαιο 9 **ΟΙ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΓΑΜΑ ΚΑΙ ΒΗΤΑ**

9.1 Η Συνάρτηση Γάμα
Ορισμοί, Ιδιότητες, Τιμές

9.2 Η Συνάρτηση Βήτα
Ορισμοί, Ιδιότητες

Κεφάλαιο 10 **ΣΥΝΗΘΕΙΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ**

10.1 Ορισμοί

10.2 Απλές ΣΔΕ
Χωριζόμενων μεταβλητών, Πλήρης διαφορική εξίσωση, Ομογενής ΣΔΕ πρώτης τάξης, Γραμμική ΣΔΕ πρώτης τάξης, Εξίσωση του Bernouli, Γραμμική ομογενής ΣΔΕ δεύτερης τάξης με σταθερούς συντελεστές, Γραμμική μη ομογενής ΣΔΕ δεύτερης τάξης με σταθερούς συντελεστές, Εξίσωση του Euler ή του Cauchy, Εξίσωση του Bessel, Μετασχηματισμένη εξίσωση του Bessel, Εξίσωση του Legendre, Γραμμική ΣΔΕ τάξης n, Γραμμική ομογενής ΣΔΕ τάξης n με σταθερούς συντελεστές

Κεφάλαιο 11 **ΣΕΙΡΕΣ**

11.1 Σειρές με Σταθερούς Όρους
Αριθμητική πρόοδος, Γεωμετρική πρόοδος, Δυνάμεις

ακεραίων, Αντίστροφες δυνάμεις θετικών ακεραίων, Με ημίτονα και συνημίτονα

11.2 Σειρές Taylor και Maclaurin

Ορισμοί, Αναπτύγματα συναρτήσεων

11.3 Αναπτύγματα Συναρτήσεων
Διωνυμική σειρά, Εκθετικές και λογαριθμικές συναρτήσεις, Τριγωνομετρικές συναρτήσεις, Υπερβολικές συναρτήσεις, Διάφορες σειρές, Αντίστροφη σειρά

Κεφάλαιο 12 **ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ ΚΑΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΤΩΝ BERNOULLI ΚΑΙ EULER**

12.1 Ορισμοί

12.2 Ιδιότητες

Κεφάλαιο 13 **ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ**

13.1 Ορισμοί
Μεγέθη, Συνιστώσες διανύσματος

13.2 Άθροισμα, Διαφορά και Πολλαπλασιασμός με σταθερή

13.3 Γινόμενα διανυσμάτων
Εσωτερικό ή βαθμωτό γινόμενο, Εξωτερικό ή διανυσματικό γινόμενο, Άλλα γινόμενα

13.4 Παράγωγοι διανύσματος

13.5 Κλίση, Απόκλιση, Περιστροφή
Πράξεις με το ανάδελτα

13.6 Ολοκληρώματα με Διανύσματα
Αόριστα και ορισμένα ολοκληρώματα, Επικαμπύλια ολοκληρώματα, Επιφανειακά ολοκληρώματα, Θεωρήματα των Gauss, Stokes και Green

Κεφάλαιο 14 **ΚΑΜΠΥΛΟΓΡΑΜΜΕΣ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ**

14.1 Γενικοί Ορισμοί
Διαφορικά μεγέθη, Μετασχηματισμοί ολοκληρωμάτων

14.2 Κλίση, Απόκλιση, Περιστροφή

14.3 Διάφορα Συστήματα Συντεταγμένων

Κυλινδρικές συντεταγμένες, Σφαιρικές συντεταγμένες, Παραβολικές κυλινδρικές συντεταγμένες, Παραβολικές συντεταγμένες, Ελλειπτικές κυλινδρικές συντεταγμένες, Γεωειδείς σφαιροειδείς συντεταγμένες, Ωοειδείς σφαιροειδείς συντεταγμένες, Διπολικές κυλινδρικές συντεταγμένες, Τοροειδείς συντεταγμένες, Κωνικές συντεταγμένες, Συνεστιακές ελλειψοειδείς συντεταγμένες, Συνεστιακές παραβολοειδείς συντεταγμένες

Κεφάλαιο 15 **ΣΕΙΡΕΣ FOURIER**

15.1 Ορισμοί

15.2 Πίνακας Σειρών Fourier
Περιττές συναρτήσεις, Άρτιες συναρτήσεις, Άλλες συναρτήσεις

Κεφάλαιο 16 **ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ BESSEL**

16.1 Ορισμοί

16.2 Συναρτήσεις Bessel Πρώτου Είδους

16.3 Συναρτήσεις Bessel Δεύτερου Είδους
Συναρτήσεις Hankel πρώτου και δεύτερου είδους

16.4 Τροποποιημένες Συναρτήσεις Bessel
Ορισμοί, Τροποποιημένες συναρτήσεις Bessel πρώτου είδους, Τροποποιημένες συναρτήσεις Bessel δεύτερου είδους

16.5 Συναρτήσεις Ber και Bei, Ker και Kei
Συναρτήσεις Ber και Bei, Συναρτήσεις Ker και Kei

16.6 Διάφορες Εκφράσεις των Συναρτήσεων Bessel
Ασυμπτωτικές εκφράσεις, Εκφράσεις με ολοκληρώματα

16.7 Ολοκληρώματα με Συναρτήσεις Bessel
Αόριστα ολοκληρώματα, Ορισμένα ολοκληρώματα

16.8 Αναπτύγματα σε Σειρά Συναρτήσεων Bessel
Γενικά, Διάφορα αναπτύγματα

Κεφάλαιο 17 **ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ LEGENDRE**

17.1 Ορισμοί

17.2 Πολυώνυμα Legendre

17.3 Συναρτήσεις Legendre Δεύτερου Είδους

17.4 Προσαρτημένες Συναρτήσεις Legendre
Προσαρτημένες Συναρτήσεις Legendre πρώτου είδους, Προσαρτημένες συναρτήσεις Legendre δεύτερου είδους

Κεφάλαιο 18 **ΟΡΘΟΓΩΝΙΑ ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ**

18.1 Ορθογώνια Σύνολα Συναρτήσεων
Ορθοκανονικό σύνολο συναρτήσεων, Μέθοδος ορθοκανονικοποίησης των Gram-Schmidt

18.2 Ορθογώνιες Συναρτήσεις από ΣΔΕ

18.3 Πολυώνυμα Hermite
Βασικές σχέσεις, Ιδιότητες, Αναπτύγματα σε σειρά

18.4 Πολυώνυμα Laguerre
Βασικές σχέσεις, Ιδιότητες, Αναπτύγματα σε σειρά

18.5 Προσαρτημένα Πολυώνυμα Laguerre
Βασικές σχέσεις, Ιδιότητες, Αναπτύγματα σε σειρά

18.6 Πολυώνυμα Chebyshev
Βασικές σχέσεις

18.7 Πολυώνυμα Chebyshev Πρώτου Είδους
Ιδιότητες, Αναπτύγματα σε σειρά

18.8 Πολυώνυμα Chebyshev Δεύτερου Είδους
Ιδιότητες, Αναπτύγματα σε σειρά, Σχέσεις μεταξύ πολυωνύμων Chebyshev

Κεφάλαιο 19 **ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ**

19.1 Υπεργεωμετρικές Συναρτήσεις
Διαφορικές εξισώσεις, Σχέσεις με άλλες συναρτήσεις, Ιδιότητες

19.2 Ελλειπτικές Συναρτήσεις
Ελλειπτικά ολοκληρώματα, Ελλειπτικές συναρτήσεις

19.3 Άλλες Συναρτήσεις
Συνάρτηση σφάλματος, Συμπληρωματική συνάρτηση σφάλματος, Εκθετικό ολοκλήρωμα, Ημιτονικό

ολοκλήρωμα, Συνημιτονικό ολοκλήρωμα, Ημιτονικό ολοκλήρωμα του Fresnel, Συνημιτονικό ολοκλήρωμα του Fresnel, Συνάρτηση ζήτα του Riemann, Συνάρτηση δέλτα

Κεφάλαιο 20 **ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ FOURIER**

20.1 Το Ολοκληρωτικό Θεώρημα του Fourier

20.2 Μετασχηματισμένες Fourier

20.3 Ημιτονοειδής και Συνημιτονοειδής Μετασχηματισμός Fourier

20.4 Πίνακας Μετασχηματισμένων Fourier
Μετασχηματισμένες Fourier, Ημιτονοειδείς μετασχηματισμένες Fourier, Συνημιτονοειδείς μετασχηματισμένες Fourier

(Το Κεφάλαιο 14 θα συμπληρωθεί και τα επόμενα κεφάλαια θα προστεθούν.)

Κεφάλαιο 21 **ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ LAPLACE**

21.1 Ορισμοί

21.2 Ιδιότητες

21.3 Πίνακας Μετασχηματισμένων Laplace
Μετασχηματισμένες Laplace βασικών συναρτήσεων, Αντίστροφες μετασχηματισμένες Laplace, Ρητές συναρτήσεις, Με ρίζες πολυωνύμων, Με εκθετικές συναρτήσεις, Με λογαριθμικές συναρτήσεις, Με υπερβολικές συναρτήσεις

Κεφάλαιο 22 **ΑΝΙΣΟΤΗΤΕΣ**

Ανισότητα του τριγώνου, Ανισότητα των Cauchy-Schwarz, Ανισότητα των μέσων όρων, Ανισότητα του Holder, Ανισότητα του Chebyshev, Ανισότητα του Minkowski, Ανισότητα των Cauchy-Schwarz για ολοκληρώματα, Ανισότητα του Holder για ολοκληρώματα, Ανισότητα του Minkowski για ολοκληρώματα

Κεφάλαιο 23 **ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ**

Κεφάλαιο 24 **ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ**

Κεφάλαιο 25 **ΡΟΠΕΣ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ**

Κεφάλαιο 26 **ΜΟΝΑΔΕΣ ΚΑΙ ΜΕΤΑΤΡΟΠΕΣ**